PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 15. 1. August 1920. Redaktionsschluß für No. 17 am 10. August 1920. 21. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Th. Wolff, Über Gesetzmäßigkeiten der α-Strahler. S. 393.

K. W. F. Kohlrausch, Beiträge zur Farbenlehre. I. Farbton und Sättigung der Pigmentfarben. S. 396.

R. Ettenreich, Ein einheitliches Dimensionssystem mit ungebrochenen Exponenten. S. 404.

C. Mainka, Bestimmung von Ort und Zeit des Ursprungs seismischer Oberflächenwellen. S. 406.

M. Wolfke, Zur Quantentheorie des Viellinienspektrums des Wasserstoffs. S. 407.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

H. Kienle, Neue Sterne. (Schluß.) S. 410.

Besprechungen:

A. Fraenkel, Einleitung in die Mengenlehre. S. 416.

Personalien. S. 416.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über Gesetzmäßigkeiten der α-Strahler.

Von Hans Th. Wolff.

F. G. Carruthers[1]) hat gefunden, daß die Logarithmen der Reichweiten der α-Strahlen für jede Gruppe von Isotopen angenähert lineare Funktionen der Logarithmen der Atomgewichte der strahlenden Körper sind[2]). Wie im folgenden dargelegt werden soll, kann man eine ganz ähnliche Beziehung für die Glieder je einer radioaktiven Zerfallsreihe aussprechen. An Stelle des Atomgewichtes tritt aber jetzt die Differenz $k - s$, wobei k eine Konstante und s diejenige Zahl bedeutet, welche angibt, das wievielte Zerfallsprodukt der betreffende Körper innerhalb der Zerfallsreihe ist. Nennt man die Reichweite R (es sollen hier die Werte von R zugrunde gelegt werden, welche in Zentimetern gemessen sind und für 0° und 760 mm Hg-Druck gelten), so ist

$$\log R = x \log (k - s) + y. \qquad (1)$$

x ist eine negative, y eine positive Konstante, und mit log sind immer Briggssche Logarithmen bezeichnet.

Gleichung (1) wird von den Gliedern der *Th*-Reihe mit Ausnahme von *ThC* erfüllt. Dieser Körper nimmt insofern eine Sonderstellung ein, als er nicht die Regel befolgt, daß die Reichweiten der aufeinanderfolgenden Glieder einer Reihe zunehmen. In der *U-Ra*-Reihe gilt Formel (1) zunächst für *UI* bis mit *Ra*. Von *RaEm* bis mit *RaC'* ist sie ebenfalls erfüllt, doch haben die Konstanten x und y andere Werte. *RaF* fügt sich der Gleichung nicht. Es besitzt eine geringere Reichweite als die 3 ihm zunächst vorangehenden α-Strahler. In der *Ac*-Reihe wird die Beziehung (1) von *Prot Ac*, *RaAc*, *AcEm* und *AcA* befolgt. *AcX* ist auszuschließen (log $R_{beob.} = 0{,}606$ bez. 0,620, hingegen log $R_{ber.} = 0{,}662$). *AcC* besitzt eine geringere Reichweite als *AcEm* und *AcA* und nimmt somit eine Sonderstellung ein.

Berechnet man die Größen x und y auf Grund der Beobachtungsergebnisse unter Ausschluß der erwähnten, das in Rede stehende Gesetz nicht befolgenden Körper nach der Methode der kleinsten Quadrate, so erhält man die Gleichungen:

Th-Reihe:

$$\log R = -6{,}844 \cdot \log (58 - s) + 12{,}476, \quad (2)$$

UI bis mit *Ra*:

$$\log R = -3{,}183 \cdot \log (60 - s) + 6{,}033, \quad (3)$$

RaEm bis mit *RaC'*:

$$\log R = -6{,}629 \cdot \log (54 - s) + 12{,}081, \quad (4)$$

Ac-Reihe:

$$\log R = -6{,}777 \cdot \log (55 - s) + 12{,}291. \quad (5)$$

Die Größe k wurde für *UI* und *Th* gleich dem vierten Teil des Atomgewichtes gesetzt. Man kann k erheblich verändern, ohne daß die Genauigkeit der Darstellung merklich beeinflußt wird (bei gleichzeitiger Neubestimmung von x und y). So wurde probeweise für die *Th*-Reihe $k = 83$ gesetzt. Nach der graphischen Darstellung ist dieser Wert nicht weniger günstig, als der obige Betrag $k = 58$. Den Grund für dieses Verhalten läßt eine Reihenentwicklung von log $(k - s)$ erkennen. Diese liefert:

$$\log R = x \log k + y - \frac{xs}{k} (\log e) \cdot \left| \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{s}{k} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{s}{k} \right)^2 + \ldots \right] \cdot \right| \quad (6)$$

Für *ThC'* ($s = 9$) lautet die Entwicklung:

$$\log R = 0{,}407 + 0{,}4612 \left(1 + \frac{9}{116} + \frac{37}{3364} + \ldots \right)$$
$$= 0{,}407 + 0{,}4612 + 0{,}0358 + 0{,}0037 + \ldots.$$

Die anderen Werte von k wurden so gewählt, daß $k - s$ Beträge annimmt, wie sie den be-

1) F. G. Carruthers, Nature **96**, 565, 1916. Vgl. auch A. van den Broek, Nature **96**, 677, 1916.

2) Eine entsprechende Beziehung hat vorher K. Fajans in qualitativem Sinne ausgesprochen: K. Fajans, Le Radium **10**, 171, 1913.

treffenden Körpern als Gliedern der *U-Ra*-Reihe, bzw. der *Ac*-Reihe als Abzweigung der letzteren entsprechen.

Die Genauigkeit, mit welcher die Beziehung (1) erfüllt ist, kann man aus den Tabellen I bis III ersehen. Die Werte von $\log R$ wurden dem Lehrbuch der Radioaktivität von St. Meyer und E. R. v. Schweidler (Berlin 1916) entnommen,

Tabelle I.

	$\log R$	Δ
Th	0,412	— 0,005
Ra Th	0,565	0,000
Th X	0,611	+ 0,008
Th Em	0,676	— 0,001
Th A	0,732	0,000
Th C'	0,912	— 0,004

Tabelle II.

	$\log R$	Δ
UI	0,375	— 0,002
UII	0,439	+ 0,005
Io	0,470	— 0,002
Ra	0,496	— 0,003
Ra Em	0,596	+ 0,001
Ra A	0,653	— 0,002
Ra C'	0,818	+ 0,001

Tabelle III.

	$\log R$	Δ
Prot Ac	0,497	— 0,001
Ra Ac	0,602	+ 0,003
Ac Em	0,723	— 0,005
Ac A	0,774	+ 0,003

abgesehen von dem für *Prot Ac* gültigen Wert[1]). Δ gibt den Fehler an, welchen der nach (1) berechnete Betrag von $\log R$ aufweist.

Est ist bemerkenswert, daß *Ra* und *Prot Ac* dieselbe Reichweite besitzen (*Ra* 3,13; *Prot Ac* 3,14). Nach dem Zerfallsschema

$$UII \begin{cases} \overset{\alpha}{\searrow} Io \overset{\alpha}{\rightarrow} Ra \overset{\alpha}{\rightarrow} \text{usw.} \\ \underset{\beta}{\searrow} UY \overset{\beta}{\rightarrow} Prot\ Ac \overset{\alpha}{\rightarrow} \text{usw.} \end{cases}$$

kann man sagen, daß das von *UI* ab gültige Gesetz (3) über *UII* hinaus von hier ab in seinen beiden Verzweigungen bis zur 2. Zerfallsstufe (*Ra* einerseits, *Prot Ac* andererseits) fortbesteht. Dieses Verhalten ist deshalb besonders auffällig, da doch das Abzweigungsverhältnis *Act*-Reihe : *U*-Reihe nur 3 Proz. beträgt[2]). Auch der doppelt zerfallende Körper *UII* selbst fügt sich der Regel (1), während dies von *ThC* und *AcC*, welche ebenfalls doppelten Zerfall aufweisen, nicht gilt, wie bereits oben erwähnt. Die Abzweigung bei *ThC* hindert aber nicht, daß *ThC'* das Gesetz wiederum erfüllt (65 Proz. von *ThC* zerfallen in *ThC'*). Auch *RaC'* befolgt Formel (1), obwohl *RaC*, welches ihm in der Zerfallsreihe vorausgeht, doppelt zerfällt. Allerdings verwandeln sich von diesem Körper nur 0,03 Proz. in RaC_2. Von *AcC* zerfallen 0,20 Proz. der Atome in *AcC'* (auch AcC_2 genannt[1])). Dieser Körper erfüllt Gleichung (1) nicht ($\log R_{beob.} = 0{,}787$, $\log R_{ber.} = 0{,}959$).

Die Reihenentwicklung (6) mit ihrer Anwendung auf die *Th*-Reihe zeigt, daß nur ein geringer Unterschied zwischen der logarithmischen und der linearen Darstellung von $\log R$ als Funktion von s besteht. Legt man ein lineares Gesetz zugrunde, so ergibt die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate für die *Th*-Reihe die Beziehung

$$\log R = 0{,}05567\, s + 0{,}4008. \qquad (7)$$

Tabelle IV zeigt, mit welchem Grade von Genauigkeit diese Gleichung erfüllt ist. Man sieht, daß die logarithmische Darstellung an Exaktheit entschieden überlegen ist. Für die Glieder der *U-Ra*-Reihe *UI* bis mit *Ra* erhält man die Beziehung:

$$\log R = 0{,}02407\, s + 0{,}3728. \qquad (8)$$

Das Ergebnis der Rückrechnung ist aus Tabelle V ersichtlich. Die lineare Formel ist

Tabelle IV.

	Δ
Th	— 0,011
Ra Th	+ 0,003
Th X	+ 0,012
Th Em	+ 0,003
Th A	+ 0,003
Th C'	— 0,010

Tabelle V.

	Δ'
UI	— 0,002
UII	+ 0,006
Io	— 0,001
Ra	— 0,003

ungefähr ebenso genau wie die logarithmische. Da hier s nur bis 5 reicht, bei der *Th*-Reihe jedoch bis 9, kann jetzt der Unterschied der beiden Darstellungen nicht so stark ins Gewicht fallen. Schließlich ergibt sich für die *Ac*-Reihe:

$$\log R = 0{,}05606\, s + 0{,}4948. \qquad (9)$$

Den Vergleich von Beobachtung und Rechnung liefert Tabelle VI. Die beiden Darstellungsarten von $\log R$ besitzen die gleiche Genauigkeit, s reicht in diesem Falle bis 5. Man kommt zu dem Ergebnis, daß im ganzen die logarithmische Formel als genauer zu bezeichnen sein dürfte als die lineare.

1) Dieser entstammt einer Arbeit von O. Hahn und L. Meitner, diese Zeitschr. **19**, 208, 1918.

2) O. Hahn u. L. Meitner. Chem. Ber. **52**, 1812, 1919.

1) R. W. Varder u. E. Marsden, Phil. Mag. **28**, 818, 1914. Hier ist die Reichweite für 15° C angegeben.

Tabelle VI.

	A
Prot Ac . . .	− 0,002
Ra Ac	+ 0,005
Ac Em	− 0,004
Ac A	+ 0,001

Eine den Gleichungen (7) bis (9) ähnliche Beziehung hat A. van den Broek[1]) aufgestellt. Nach diesem Autor gilt angenähert:

$$\log v = A + nB.$$

v bedeutet die Anfangsgeschwindigkeit der α-Strahlen, n die Zahl der Elementarladungen, welche während des Zerfalls ausgetrieben worden sind, A und B sind Konstante [siehe unten Gleichung (11)].

R. Swinne[2]) hat gezeigt, daß der Unterschied zwischen der Anfangsgeschwindigkeit eines α-Strahlers einer Radiofamilie und der eines analogen α-Strahlers einer anderen Familie für diese zwei Familien angenähert konstant ist. Man kann auch den Satz aussprechen, daß der Quotient der beiden genannten Geschwindigkeiten für die zwei Familien konstant ist. Tabelle VII, welcher die in dem erwähnten Lehrbuch von Meyer und Schweidler aufgeführten α-Strahlgeschwindigkeiten (außer AcC') zugrunde gelegt sind, zeigt, inwieweit die beiden Regeln erfüllt sind.

dieser ist dann die Aussendung von α- oder β-Strahlen. Das Eintreten jener Änderung hängt von den Gesetzen des Zufalls ab. Man darf sich nun offenbar nicht vorstellen, daß eine gewisse zufällige Konstellation der Bestandteile des Kerns unmittelbar das Instabilwerden der Bewegung eines He-Atoms oder eines Elektrons im Kern zur Folge hat, sondern zunächst tritt die erwähnte Veränderung ein, welche dann erst die Aussendung eines α- oder β-Strahles bedingt.

Die U-Ra-Reihe hat die Eigentümlichkeit, daß von $RaEm$ ab die Konstanten x und y in Gleichung (1) andere Werte besitzen als bis zu Ra. Man hat sich wohl zu denken, daß beim Zerfall von $RaEm$ eine gewisse Umwandlung im Kern stattfindet, welche bewirkt, daß die α-Strahlung von $RaEm$ eine Reichweite besitzt, die dem bisherigen Gesetz nicht mehr Genüge leistet. Andererseits hat diese Umwandlung offenbar auch zur Folge, daß die regelmäßige Veränderung, welche im Kern bei jedem Atomzerfall eintritt, nunmehr gewissermaßen von anderer Größe ist als zuvor, so daß jetzt in Gleichung (1) neue Konstanten x und y einzusetzen sind.

Wir wollen jetzt annehmen, daß ein He-Atom von der Masse μ, welches als α-Strahl ausgesandt wird, zuvor im Kern auf einer Kreisbahn vom Radius ϱ umläuft und hierbei seine

Tabelle VII.

I.		II.		III.		II—I	III—II	III—I	II : I	III : II	III : I
	$v \cdot 10^{-9}$		$v \cdot 10^{-9}$		$v \cdot 10^{-9}$						
Io	1,46	*Ra Th*	1,58	*Ra Ac*	1,63	$0{,}12 \cdot 10^9$	$0{,}05 \cdot 10^9$	$0{,}17 \cdot 10^9$	1,08	1,03	1,12
Rd	1,50	*Th X*	1,64	*Ac X*	1,64	0,14	0,00	0,14	1,09	1,00	1,09
Ra Em	1,62	*Th Em*	1,72	*Ac Em*	1,79	0,10	0,07	0,17	1,06	1,04	1,10
Ra A	1,69	*Th A*	1,80	*Ac A*	1,86	0,11	0,06	0,17	1,07	1,03	1,10
		Th C	1,714	*Ac C*	1,74		0,03			1,02	
Ra C'	1,922	*Th C'*	2,00	*Ac C'*	1,88	0,14			1,07		
				Mittel		0,12	0,04	0,15	1,07	1,02	1,10

Es mögen nun einige theoretische Bemerkungen folgen. Wir hatten gesehen, daß die Reichweite der α-Strahlen eines Körpers eine Funktion der Zerfallsstufe ist, welche er innerhalb seiner radioaktiven Familie bildet. Hierbei sind die α- und β-Strahler in gleicher Weise als Zerfallsstufen zu rechnen. Es ist zu schließen, daß bei jeder radioaktiven Umwandlung eine Veränderung im Atomkern von derselben Art stattfindet, solange nicht in Formel (1) neue Konstanten x und y eintreten. Das Primäre ist somit wohl bei jedem Atomzerfall die genannte Änderung im Kern. Eine Folge von

Umlaufsgeschwindigkeit v den Bohrschen Ansatz

$$\mu v \varrho = \frac{hq}{2\pi} \qquad (10)$$

erfüllt, wobei q die Quantenzahl bedeutet[1]). Ferner möge v gleich der Anfangsgeschwindigkeit sein, mit welcher der α-Strahl zur Beobachtung gelangt. Da nun die Gleichung besteht

$$v = C \cdot \sqrt[3]{R}, \qquad (11)$$

so ist

$$\log R = -3 \log \varrho + 3 \log \frac{hq}{2\pi \mu C}.$$

1) A. van den Broek, Phil. Mag. **25**, 740, 1913.
2) R. Swinne, diese Zeitschr. **14**, 142, 1913.

1) Vgl. H. Th. Wolff, diese Zeitschr. **21**, 175, 1920.

Sonach gilt nach (1):

$$\log \varrho = -\frac{1}{3}\left[x \log (k - s) + y\right] + \log \frac{hq}{2\pi\mu C}. \qquad (12)$$

Setzt man voraus, daß die Quantenzahl q in den verschiedenen Zerfallsstufen denselben Wert besitzt, so folgt:

$$\varrho = (k - s)^{-\frac{x}{3}} \cdot \text{const.} \qquad (13)$$

Man kann sich denken, daß der Atomkern, bzw. dessen rein positiver Teil[1]), bei einem mit α- oder β-Strahlung verbundenen Atomzerfall eine Größenänderung erleidet, und daß Gleichung (13) über diese quantitativen Aufschluß liefert.

Zusammenfassung.

Bezeichnet man die Reichweite eines α-Strahlers mit R und gibt die Zahl s an, das wievielte Zerfallsprodukt der betreffende Körper innerhalb seiner Zerfallsreihe ist, so gilt die Beziehung:

$$\log R = x \cdot \log (k - s) + y, \qquad (1)$$

in welcher k, x und y Konstanten sind. Es werden die nach der Methode der kleinsten Quadrate berechneten Werte von x und y, welche in den einzelnen Radiofamilien gelten, aufgeführt. Ferner wird angegeben, mit welchem Genauigkeitsgrade die Formel erfüllt ist und welche Ausnahmen bestehen. Auf die bei den Verzweigungen der Zerfallsreihen statthabenden Verhältnisse wird besonders eingegangen. Man kann $\log R$ auch durch eine lineare Funktion von s ausdrücken, doch ist diese Darstellungsweise wohl weniger genau.

Eine Tabelle läßt erkennen, inwieweit der Satz von R. Swinne, welcher besagt, daß der Unterschied zwischen der Anfangsgeschwindigkeit eines α-Strahlers einer Radiofamilie und der eines analogen α-Strahlers einer anderen Familie für die zwei Familien angenähert konstant ist, erfüllt ist, und zugleich auch, inwieweit der entsprechende Satz für die Quotienten der genannten Geschwindigkeiten gilt.

Schließlich wird die Gleichung (1) theoretisch gedeutet.

Anmerkung.

Es wurde oben für $Ac\,A$ $\log R = 0{,}774$ gesetzt. Gemäß der Bestimmung von Geiger und Nuttall ist $\log R = 0{,}790$. Dieser Wert fügt sich besser der von diesen Autoren aufgestellten Beziehung zwischen Zerfallskonstante und Reichweite. Mit dem letzteren Werte läßt sich Gleichung (1) ungefähr ebensogut befriedigen wie mit dem ersteren. Auf graphischem Wege erhält man jetzt die Gleichung

$$\log R = -7{,}13 \log (55 - s) + 12{,}90.$$

In der Arbeit des Verfassers „Betrachtungen über den radioaktiven Zerfall des Atomkernes“[1]) lauten die ersten beiden Kolonnen von Tab. I (S. 176) besser so, wie beistehend angeführt ist.

U-Ra-Reihe	B
UI	53
Io	55
Ra	52
$Ra\,Em$ . . .	57
$Ra\,A$	53
Mittel	54
$N =$	81

In der 4. Kolonne ist der Wert bei Th zu streichen, da dieser Körper die Geiger-Nuttallsche Beziehung nicht erfüllt. Der Mittelwert von B wird dann für die Th-Reihe gleich 57 und $\overline{N} = 85$. Ferner ist die letzte Kolonne zu streichen sowie die 3. Fußnote auf der rechten Spalte von Seite 176.

1) Diese Zeitschr. **21**, 175, 1920.

Dresden, im März 1920.

(Eingegangen 6. April 1920.)

1) Vgl. H. Th. Wolff, Ann. d. Phys. **60**, 685, 1919.

Beiträge zur Farbenlehre. I.

Farbton und Sättigung der Pigmentfarben.

Von K. W. Fritz Kohlrausch.

In dem zusammenfassenden Bericht über seine Arbeiten an Pigmentfarben stellt W. Ostwald[1]) im 1. Kapitel „Bisheriger Stand der Farbenlehre“ eine Reihe von Behauptungen auf, die ein ganz entstelltes Bild des auf diesem Gebiete bis jetzt Erreichten liefern und die, insbesondere wegen der wissenschaftlichen Autorität Ostwalds, geeignet sind, die Helmholtzsche Farbenlehre unberechtigterweise in Mißkredit zu bringen. Um einige Beispiele aus diesem ersten Kapitel herauszugreifen: es ist unrichtig, daß die Spektralfarbe als der Idealbegriff der gesättigten Farbe angesehen wird; sie ist die gesättigste unter den objektiv herstellbaren Farben, weist beträchtliche Sättigungsunterschiede entlang dem Spektrum auf und wird nur im roten Teil ideal gesättigt. Es ist unrichtig, daß „durch den einfachen

1) Vgl. diese Zeitschr. **17**, 322, 1916.

Ausweg, nicht verschieden bunte Farben miteinander auf ihre Helligkeit zu vergleichen, sondern für jede einzelne ein Grau aufzusuchen, welches psychologisch denselben Helligkeitseindruck macht" die Schwierigkeiten der heterochromen Photometrie prinzipiell beseitigt werden; bunt gegen grau ist ebenso heterochrom, wie bunt gegen bunt. Auf diesem naheliegenden Wege, den bereits Fraunhofer und Brücke betreten haben, sind obige Schwierigkeiten leider nicht zu lösen. Es ist weiter unrichtig, daß nur „schüchterne Vorstöße" vorliegen, den Begriff der Reinheit zu definieren und zu messen, vielmehr liegen quantitative Angaben dafür vor. Es ist endlich unrichtig, daß es kein Prinzip gäbe, nach dem man den Farbton eindeutig und willkürfrei (allerdings nicht „objektiv", denn der Farbton ist individuell) festlegen kann. Man ist vielmehr sehr wohl imstande zu jeder vorgelegten Pigmentfarbe Farbton und Reinheit anzugeben; neuerdings[1]) gelang es auch — wovon Ostwald allerdings noch nichts wissen konnte — den Helligkeitsbegriff quantitativ in dem Helmholtzschen System unterzubringen, so daß nun jede Pigmentfarbe eindeutig festgelegt werden kann.

Die Gesichtspunkte, nach denen eine, das Ergebnis der Farbanalyse veranschaulichende Charakteristik eines vorgelegten Farbobjektes durchzuführen ist, liegen im Wesen der Farbendreiecksdarstellung, wie sie von Newton und Maxwell eingeführt und von Helmholtz und König zur Lokalisierung der Spektralfarben verwendet wurde. Ob die ganz analoge Lokalisierung von Pigmentfarben auch von anderer Seite durchgeführt wurde, ist mir nicht bekannt; jedenfalls ist es seit der Arbeit F. Exners[2]) „zur Charakteristik der schönen und häßlichen Farben" im Wiener Institut üblich, eine Farbe bezüglich ihres Farbtons und ihrer Sättigung durch Angabe konkreter Zahlen zu definieren[3]). Da der Vorgang dabei anscheinend weniger bekannt ist, als er es wegen seiner praktischen Verwendbarkeit verdient, werde ich mir im folgenden erlauben, ihn an einem aktuellen Objekt, an Pigmenten des Ostwaldschen Farbatlasses, zu demonstrieren.

1) Wien. Ber. IIa, 111, 901, 1902.

2) Vgl. eine eben im Druck befindliche Arbeit F. Exners in den Wien. Ber. 1920 und des Verfassers in den Mitt. des Techn. Versuchsamtes IX, 1920.

3) Vgl. M. Topolanski, Wien. Ber. 112, 67, 1903; F. u. S. Exner, Wien. Ber. I, 119, 191, 1910; M. Gottlieb, Wien. Ber. 126, 1299, 1917; G. Laski, diese Ztschr. 19, 369, 1918. Anm. bei der Korrektur: Nachträglich finde ich noch die Arbeiten von B. Trolle, diese Zeitschr. 17, 700, 1916 und von A. Wenzel, diese Zeitschr. 18, 472, 1917, wo ebenfalls die Helmholtzsche Theorie auf physikalische Probleme angewendet wird.

1. Die Bestimmung der Remissionsfunktion, das ist diejenige Funktion $\varphi(\lambda)$, die angibt, in welchem Verhältnis das Beleuchtungslicht mit der Energieverteilung $\varphi(\lambda)$ [„Beleuchtungsfunktion"] bei der Remission am bunten Pigment anders geschwächt wird, als bei der Remission an einem Normal-Weiß, erfolgt am bequemsten und genauesten mit einem der modernen Spektralphotometer. Hier wurde das von Martens und Grünbaum[1]) verbesserte Königsche Instrument benützt. Die beiden zu vergleichenden Farbblättchen waren durch eine starke Bogenlampe grell beleuchtet und wurden mit einem photographischen Objektiv in der Spaltebene des Photometers scharf abgebildet, so daß der eine Spalt nur Licht vom bunten, der andere nur Licht vom weißen Pigment erhält. Um die unvermeidlichen Ungleichmäßigkeiten der Beleuchtung, die infolge Wanderns der Glühstelle an der positiven Kohle auch zeitlich variierten, zu eliminieren, war der Ort der beiden Pigmente vertauschbar, so daß in rascher Folge derselbe Spalt einmal nur vom bunten, das andere Mal nur vom weißen Pigment beleuchtet wurde. Durch Einschlußmessungen konnte auf diese Art eine, wie sich zeigen wird, hinreichende Genauigkeit erzielt werden. Sind die beiden Winkelablesungen am Analysator Nikol α und β, so gibt

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \varphi(\lambda_1)$$

den Remissionskoeffizienten für die betreffende Wellenlängenstelle λ_1. Die Messung an 14 passend verteilten λ-Stellen wiederholt, liefert in graphischer Darstellung die Remissionskurve. Da die immerhin zeitraubenden Messungen, bei denen ich in dankenswerter Weise von den Studierenden: Herrn A. Decastello, Frl. H. Piesch, Frl. A. Frankfurt unterstützt wurde, einerseits eine absolute Festlegung eines Teiles des schon recht verbreiteten Ostwaldschen Farbenatlasses darstellen und andererseits, wie ich an Beispielen zeigen werde, ein für viele Versuche mit Pigmentfarben willkommenes Zahlenmaterial bilden, so gebe ich in den folgenden Tabellen die Ergebnisse für drei Farbenkreise wieder. Die erste Tabelle gilt für den Kreis *ia* in der Bezeichnung Ostwalds, der ziemlich weißliche Farben enthält. Die zweite Tabelle für den Kreis *nc*, mit möglichst gesättigten aber etwas trüben Farben. Beide Kreise sind „vollständige", d. h. die Farbenfolge des Spektrums, ergänzt durch Purpur, ist durch 100 Pigmentfarben vertreten, die vom Gelb über Rot, Purpur, Violett, Blau, Grün (also im

1) Ann. d. Phys. 12, 984, 1903.

Sinne zunehmender Wellenlänge, soweit das Spektrum in Betracht kommt) mit den Ziffern von 0 bis 99 bezeichnet sind. Je 24 in passenden Abständen liegende Vertreter wurden ausgemessen, die zwischenliegenden Farben können bezüglich ihrer Eigenschaften im Farbdreieck gegebenenfalls interpoliert werden. Die dritte Tabelle bezieht sich auf den Farbkreis *pa*, der die reinsten Farbtöne enthält, aber dafür unvollständig ist, weil im Gebiete des Blau Farbtöne gleicher Reinheit nicht herstellbar waren. Nach Ostwalds Terminologie sind die Kreise *ia* und *pa* „hellklar" (mit geringer Beimischung von Schwarz); *nc*, der gesättigste unter den vollständigen Kreisen ist „trüb", er enthält weiß und schwarz. —

2. Mit der Erlangung dieser Zahlen ist der objektive Teil der Aufgabe erledigt. Zwei Pigmentfarben können einander, ohne daß es für das Auge merkbar wäre, unter allen Umständen ersetzen, wenn sie gleiche Remissionskurven aufweisen. Doch ist diese Bedingung für das Gleichaussehen bekanntlich nur hinreichend, aber nicht notwendig. Denn nicht die Remissionsfunktion $\psi(\lambda)$ allein ist es, die das in das Auge gelangende Licht bestimmt, sondern die nach ihren Angaben modifizierte Beleuchtungsfunktion, also $\varphi(\lambda) \cdot \psi(\lambda) = f(\lambda)$, welches Produkt als „Lichtfunktion" bezeichnet werden möge. Nur wenn man sich auf eine vorgegebene Beleuchtung — gewöhnlich wird nicht näher definiertes „Tageslicht" vorausgesetzt — beschränkt, bedingen gleiche Remissionsfunktionen auch gleiche Lichtfunktionen. — Aber selbst dann noch ist obige Bedingung für die Gleichheit nur hinreichend und nicht notwendig. Infolge der eigentümlichen Funktionsweise des Auges gibt es sehr verschiedene Lichtfunktionen, die gleiche Empfindungen hervorrufen — man denke nur an die verschiedenen Paare von Komplementärfarben, die miteinander gemischt definitionsgemäß die gleiche Empfindung „weiß" erregen. Die Ursache für diese Tatsache liegt bekanntlich darin, daß die Mannigfaltigkeit der Lichtfunktionen von ungeheurer Dimensionszahl, die der Empfindungen nur dreidimensional ist. Daraus folgt notwendig, daß es sehr viele Lichtfunktionen geben muß, die ein und derselben Kombination der Empfindungskoordinaten entsprechen und daher gleich aussehen. Wohl kann man daher von Gleichheit der Lichtfunktion auf Gleichheit des Aussehens, nicht aber umgekehrt von gleichem Aussehen auf gleiche Lichtfunktion schließen. Um daher eine Aussage über die Empfindung machen zu können ist es nötig, zunächst jene drei Koordinaten zu bestimmen; sowie wir dies aber zu tun versuchen, wird die Aussage individuell, denn als Eigenschaften des Auges sind diese Koordinaten von Person zu Person verschieden.

Nach Helmholtz stellen wir uns drei Empfänger vor, die jeder wegen ihrer großen Resonanzbreite zwar auf fast alle Wellenlängen reagieren, aber jeder immer nur in ein und derselben, nur quantitativ abstufbaren Art zum

Tabelle I.

Farbkreis *ia*.

λ =	435	449	467	477	492	504	517	534	553	572	593	617	648	683
Nr. 0	0,151	0,211	0,372	0,	0,573	0,650	0,690	0,701	0,727	0,724	0,784	0,780	0,768	0,750
„ 4	167	172	205	252	310	442	593	701	757	808	817	818	820	825
„ 8	181	170	204	244	289	403	440	505	681	789	778	802	783	785
„ 13	206	188	211	197	266	264	254	305	398	703	777	783	764	768
„ 17	265	275	279	272	253	238	210	262	490	736	828	811	820	805
„ 21	382	435	368	325	302	240	194	169	440	719	810	847	811	777
„ 25	601	600	366	290	241	191	159	206	449	721	823	820	794	790
„ 29	628	484	398	277	236	187	161	198	335	523	730	800	817	845
„ 33	625	523	400	330	263	207	181	190	235	377	613	796	820	811
„ 38	626	600	501	428	351	254	202	173	153	195	332	488	606	735
„ 42	626	630	508	443	349	259	214	180	157	188	261	343	480	671
„ 46	625	626	531	470	389	293	228	201	183	191	233	287	399	599
„ 50	677	688	555	507	420	234	251	207	181	176	180	181	218	337
„ 54	654	688	662	592	520	428	339	289	233	203	181	172	174	253
„ 58	669	657	660	640	596	517	441	355	293	229	213	198	189	258
„ 63	609	711	735	704	695	656	599	504	412	326	257	214	191	229
„ 67	596	634	699	728	704	664	622	531	437	341	263	218	186	208
„ 71	484	585	666	673	704	658	626	552	456	358	283	229	200	239
„ 75	364	443	599	630	646	651	583	511	411	329	239	201	177	194
„ 79	326	440	582	638	651	646	600	515	425	316	241	202	171	211
„ 83	261	364	579	635	683	650	620	580	476	360	275	226	176	217
„ 88	157	236	417	567	634	717	710	685	612	521	427	337	299	322
„ 92	135	218	353	499	620	711	724	716	699	630	552	473	417	453
„ 96	159	199	357	470	650	724	750	756	761	756	714	657	608	629

Tabelle II.

Farbkreis *nc*.

λ =	435	449	467	477	492	504	517	534	553	572	593	617	648	683
Nr. 0	0,089	0,103	0,117	0,128	0,182	0,341	0,471	0,563	0,585	0,563	0,554	0,499	0,443	0,481
„ 4	102	100	122	132	143	323	426	538	611	604	636	619	626	611
„ 8	112	120	130	148	190	272	336	408	543	629	650	671	718	583
„ 13	113	103	120	126	135	161	152	184	341	548	623	624	661	619
„ 17	093	099	100	104	100	087	079	099	222	453	612	642	644	616
„ 21	174	149	130	106	094	092	074	092	209	425	593	599	595	574
„ 25	296	248	179	129	118	085	077	094	211	419	561	576	551	558
„ 29	404	312	205	186	115	095	083	104	201	387	551	611	508	612
„ 33	369	344	214	175	127	100	093	093	122	232	431	599	636	632
„ 38	429	418	344	265	202	139	107	096	088	133	254	408	513	716
„ 42	469	405	353	282	206	139	109	095	088	119	188	267	389	610
„ 46	480	458	371	301	207	146	112	095	091	098	131	175	264	480
„ 50	631	583	483	411	317	217	155	116	091	084	084	090	098	164
„ 54	555	619	576	472	403	304	238	168	127	109	097	099	100	131
„ 58	526	634	643	586	503	411	305	232	166	125	101	090	086	103
„ 63	541	647	703	650	594	518	415	297	233	159	115	094	083	089
„ 67	454	494	599	603	636	523	455	388	250	174	119	096	092	105
„ 71	375	406	484	529	584	555	431	339	250	167	117	099	086	096
„ 75	267	299	412	478	540	510	458	357	264	187	126	101	088	099
„ 79	199	278	326	387	497	486	449	366	265	184	120	095	080	086
„ 83	128	159	336	445	481	449	470	370	282	187	127	094	083	096
„ 88	094	136	172	194	269	398	476	467	387	268	202	153	130	139
„ 92	087	108	132	178	203	328	453	513	449	359	261	217	166	181
„ 96	121	108	124	145	196	332	474	539	546	498	426	344	297	308

Tabelle III.

Farbkreis *pa*.

λ =	435	449	467	477	492	504	517	534	553	572	593	617	648	683
Nr. 0	0,057	0,072	0,136	0,242	0,435	0,603	0,663	0,674	0,707	0,722	0,720	0,691	0,742	0,729
„ 4	058	075	099	128	197	333	502	655	729	761	771	778	767	779
„ 8	079	077	079	093	120	198	297	407	583	679	758	763	741	748
„ 13	063	070	072	094	116	160	202	241	432	626	711	729	710	754
„ 17	072	074	084	083	104	120	138	175	334	582	726	739	740	743
„ 21	122	104	090	076	077	069	069	078	160	398	645	701	093	720
„ 25	246	176	114	102	079	065	060	070	151	374	609	699	740	785
„ 29	329	224	140	099	083	067	061	072	102	217	483	699	717	731
„ 33	294	260	148	129	086	068	066	066	063	106	308	568	713	793
„ 88	057	065	158	264	461	569	551	493	413	327	245	171	131	134
„ 92	065	064	153	277	470	597	705	638	590	581	480	345	292	284
„ 96	051	068	138	260	386	525	615	643	643	622	550	531	467	453
blau	12,22	13,70	12,63	9,63	3,29	1,88	1,21	0,68	0,29	0,09	0,03	0,01	0	0
grün	0	0,20	0,62	1,14	2,38	4,06	6,73	10,12	11,40	9,30	5,58	2,22	0,48	0,04
rot	1,30	1,40	1,25	1,04	1,03	1,40	2,98	6,12	7,78	8,42	7,80	5,70	1,92	0,26
Sonne	1,0	1,3	2,1	2,7	4,3	7,9	14,6	23,5	27,1	26,7	21,6	13,5	4,9	1,0

Entstehen der Empfindung beitragen. Die mühsamen Versuche von König und Dieterici[1]) haben uns für mehrere Versuchspersonen die sog. „Grundempfindungskurven" („Erregungskurven") kennen gelehrt; sie geben die Abhängigkeit der Erregung jener drei Empfänger von der Wellenlänge des auffallenden Lichtes an, und zwar für die Energieverteilung im Interferenzspektrum der Sonne. Der Maßstab wurde so gewählt, daß der Flächeninhalt der drei Kurven gleich ist, wie wenn die Gesamterregung jedes Empfängers durch Sonnenlicht für alle drei dieselbe wäre. Welche Empfindungen der alleinigen Erregungen je einem dieser Empfänger entsprechen, also der Farbton der „Grundempfindung", wurde von König und Dieterici durch Versuche an partiell Farbenblinden ermittelt, deren Farbsystem als durch Ausfall einer Grundempfindung entstanden angesehen wurde. Daß mit dieser zunächst nur plausiblen Annahme das Richtige getroffen wurde, zeigten Versuche von F. Exner[1]),

1) Zeitschr. f. Psych. u. Phys. **4**, 241, 1892.

1) Wien. Ber. III, 857, 1902.

der durch ganz unabhängige Beobachtungen die Durchschnittspunkte der Grundempfindungskurven an eben jenen Stellen fand, wo sie die Königschen Versuche auf Grund dieser Annahme verlangen. Als diese ausgezeichneten Farbtöne ergeben sich ein ins Purpur spielendes Rot, ein Grün, und ein Blau an der Grenze zum Violett. Die Ordinaten der Erregungskurven — es sind die Königschen Zahlen, die von Exner kleine Korrekturen erfahren haben — für jene Wellenlängen, für die hier beobachtet wurde, sind in Tabelle III unter „blau", „grün", „rot" eingetragen.

Ist O_1 eine solche Ordinate an der Stelle λ_1, so ist $O_1 d\lambda$ der Erregungsbeitrag aus dem Bereich zwischen λ_1 und $\lambda_1 + d\lambda_1$, und zwar bezogen auf die Energieverteilung $\varphi(\lambda)$ des Sonnenlichtes. Bezogen auf die Energieeinheit demnach

$$\frac{O_1 d\lambda}{\varphi(\lambda_1) d\lambda},$$

und bezogen auf das remittierte Licht mit der Energieverteilung $f(\lambda)$

$$\frac{f(\lambda_1)}{\varphi(\lambda_1)} O_1 d\lambda = \psi(\lambda_1) O_1 d\lambda.$$

Die Gesamterregung des betreffenden Empfängers durch das ganze vom Pigment kommende Licht ist daher

$$\int \psi(\lambda) O d\lambda,$$

erstreckt über das ganze sichtbare Spektrum. Es wird also, um z. B. die Blau-Erregung b durch ein Pigment kennen zu lernen, jeder Remissionskoeffizient $\psi(\lambda_1)$ mit der zugehörigen Blau-Ordinate O_1 multipliziert, die Produkte liefern eine Kurve über der λ-Abszisse, und deren Planimetrierung gibt den gesuchten Wert für blau b; und analog ergeben sich die Zahlen für rot r und grün g. —

3. Damit wäre die erforderliche Reduktion der Dimension erreicht. Aber die drei neuen Koordinaten r, b, g, die die Parameter des physiologischen Zwischenapparates im Transformationsschema: objektives Licht—Empfänger—Empfindung darstellen, sind noch nicht anschaulich genug und erlauben in dieser Form noch keine Voraussage über die Art der Empfindung; wir werden sie vielmehr für diesen Zweck neuerlich zu transformieren haben in drei solche Koordinaten, die wir erfahrungsgemäß als eindeutig und anschaulich gefunden haben zur Beschreibung aller jener Verschiedenheiten, die eine Gesichtsempfindung aufweisen kann. Als solche wurden von Helmholtz gewählt: Farbton, Sättigung und Helligkeit. Ein Zwang, gerade diese Begriffe als Koordinaten einzuführen, besteht nicht und ist die Wahl und nähere Definition einigermaßen Geschmacksache; eine gewisse Garantie für die Angemessenheit dieser Wahl liegt wohl darin, daß sie von Helmholtz, diesem gründlichen Kenner und scharfen Beobachter, getroffen wurde; leider und anscheinend zum Nachteil der Sache wird dieser Umstand heute oft unterschätzt.

Die Überführung der drei Grunderregungswerte in zunächst zwei dieser Koordinaten, und zwar die Bestimmung der Sättigung (bzw. Reinheit) und des Farbtones geschieht mit Hilfe des Newtonschen Farbendreieckes. Man denkt sich die drei Grunderregungen r, b, g mit soviel Gewichtseinheiten als jeweils ihren Zahlenwerten entspricht, an drei Punkten der Papierebene parallel zueinander und senkrecht zum Papier angreifen und bestimmt den Schwerpunkt, dessen Ort als Symbol der erregten Farbempfindung angesehen wird. Der Sinn dieser Darstellung liegt darin, daß man, wenn einmal für eine Reihe von stets reproduzierbaren und definierten Standardfarben (das unzerlegte Sonnenlicht als „weiß" und die Spektralfarben) die Orte in der Farbebene gegeben sind, die zu klassifizierende Farbe auf die Standardfarben relationiert werden kann. Um einfache Verhältnisse zu schaffen, ist es üblich, die Angriffspunkte der ursprünglichen Koordinaten in die Eckpunkte eines gleichseitigen Dreieckes zu verlegen. Sind die Kräfte gleich groß, also $b = g = r$, so liegt der Schwerpunkt in der Dreiecksmitte und sein Ort repräsentiert definitionsgemäß das „weiß". Je nach dem Wert des Verhältnisses $b : g : r$ nimmt der Schwerpunkt verschiedene Lagen ein; ist (Fig. 1) der Rotpunkt Ursprung eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so ergeben sich aus den Schwerpunktsbedingungen $MX = \Sigma m_x$ und $MY = \Sigma my$ die Schwerpunktskoordinaten X und Y zu:

$$X = (b + \tfrac{1}{2} g) \frac{l}{b + g + r};$$

$$Y = \sqrt{\tfrac{3}{4}}\, g \frac{l}{b + g + r},$$

wenn l die Länge der Dreieckseite bedeutet. Auf diese Art werden zunächst die Orte der Spektralfarben eingetragen, deren Anteile r, b, g aus den Ordinaten der Grunderregungskurven (Tab. III) bekannt sind. Man erhält die stark ausgezogene Linie mit den beigeschriebenen Wellenlängen in $\mu\mu$; auf der Geraden, die ihre Endpunkte verbindet, liegen alle durch additive Mischung des spektralen Endrots mit dem spektralen Endviolett entstehenden Farben, also die Purpurtöne. Von der Spektralkurve und dieser Purpurgeraden wird die sog. „reelle

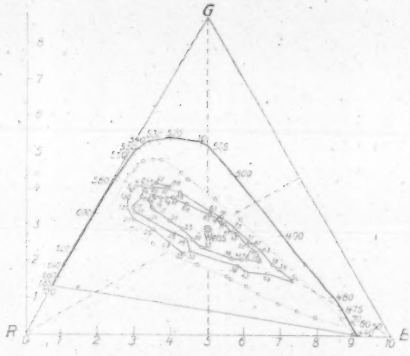


Fig. 1.

Farbfläche" umschlossen; aus leicht ersichtlichen Gründen liegen alle reellen Farben innerhalb derselben. Die analoge Einzeichnung der aus Tab. I, II und III nach dem früher beschriebenen Vorgange berechenbaren Orte für die Pigmentfarben ergibt (von innen nach außen) die beiden geschlossenen Farbkurven für ia und nc, die offene für den unvollständigen „Kreis" pa, und die punktierte äußerste für die errechnete Lage der sog. „Vollfarben", die in der Ostwaldschen Theorie einen ausgezeichneten Platz einnehmen.

Indem wir durch irgendeinen dieser Farbpunkte f eine Gerade legen, die ihn mit dem Weißpunkt W verbindet und die Dreieckseite in einem Punkte F trifft, können wir f als Schwerpunkt zweier in W und F angreifenden Gewichte, bzw. als gemischt aus W und F auffassen. Damit „weiß" empfunden wird, müssen alle 3 Grunderregungen einen gemeinsamen, gleich großen Betrag aufweisen; da eine Empfindung in F, weil diese auf der Dreieckseite liegt, aus dem Zusammenwirken von nur 2 Grunderregungen entstanden ist, so repräsentiert F eine völlig reine Farbe ohne „weiß". Da weiteres f aus F und W gemischt werden kann, so gibt F den Anteil an reiner Farbe, W den Anteil an Weiß. Die Größe des letzteren ist sofort gegeben durch den dreifachen kleinsten Erregungswert; ist z. B. b die kleinste unter den Zahlen für r, b, g, so ist $3b$ der Anteil an Weiß und

$$r + b + g - 3b = F$$

der Anteil an reiner Farbe; womit das quantitative Maß für die Reinheit bzw. für den Weißanteil gegeben ist. Ob diese Anteile absolut oder in Prozenten ausgedrückt werden, ist Sache des Übereinkommens und bestimmt sich lediglich nach der Zweckdienlichkeit. Ich schließe mich hier der von F. Exner vorgeschlagenen Definition an, wonach unter „Sättigung" der Anteil reiner Farbe in Prozenten des Gesamtwertes, also $\frac{F}{F+W}$ zu verstehen ist. Alle auf der Geraden $\overline{FW}$ liegenden Farben sind also aus derselben reinen Farbe F durch verschiedenen Zusatz von Weiß entstanden; auch der Schnittpunkt der Geraden mit der Spektralkurve hat den gleichen Farbton, der somit für die ganze Familie in Wellenlängeneinheiten angebbar ist. Trifft die Weißgerade auf den nicht durch Zahlenangaben definierten Purpurteil, so zeigt doch ihre Verlängerung nach rückwärts auf eine Spektralstelle, die, z. B. mit Klammerzeichen versehen, als komplementäre Wellenlänge den Farbton der betreffenden Purpurfarbe charakterisiert. — Die folgende Tabelle IV gibt für alle drei Farbkreise zunächst die Erregungsanteile r, b, g, ferner den Farbton und die Sättigung an. In den gleichen Einheiten ausgedrückt, ergäbe sich für die dem Vergleichsweiß zuzuschreibenden Erregungswerte die gemeinsame Zahl $b = g = r = 100$, so daß die Gesamterregung 300 wird; eine für später nötige Bemerkung. Da bei der Berechnung die von König bestimmten Grunderregungskurven verwendet wurden, so gelten die Angaben zunächst nur für das Auge Königs. Um zu sehen, inwieweit mein Auge in Übereinstimmung damit ist, wie stark also in diesem Falle die Individualität die allgemeine Gültigkeit der Aussage beschränkt, wurden zwei Proben vorgenommen, deren eine sich auf den Farbton allein bezieht, deren zweite Farbton und Sättigung zugleich betrifft.

Zur direkten Bestimmung des Farbtones wurde mit Hilfe eines „Polarimeters" die zum Farbpapier ähnlichste Spektralfarbe aufgesucht. Das Polarimeter besteht aus der Kombination eines Wollastonprismas mit einem Okularnikol derart, daß das erstere von zwei objektseitig gelegenen Öffnungen A und B vier Bilder $A_1 A_2 B_1 B_2$ gibt, von denen die zueinander senkrecht polarisierten A_2 und B_1 unmittelbar aneinanderstoßen und in bezug auf Helligkeit durch Verdrehen des Nikols gleich gemacht werden können. Das Auge erblickt jenseits von Nikol und Rochon durch die Öffnung A hindurch das von Tageslicht gut beleuchtete Farbblättchen und sah die Öffnung B durch eine mittels Kollimatorrohr, verdrehbares Prisma und Linse hergestellte Spektralfarbe homogen erleuchtet. Ohne die Nummern der in willkürlicher Folge eingelegten Farbblättchen zu kennen, also bei Ausschluß aller Voreingenommenheit,

wurde durch Verdrehen des Prismas und möglichste Abgleichung der Helligkeit mit dem Okularnikol die ähnlichste Farbe aufgesucht. Trotz des nicht unbeträchtlichen Sättigungsunterschiedes waren die vom Hilfsbeobachter abgelesenen Einstellungen überraschend genau. Das Resultat ist in Figur 2 wiedergegeben,

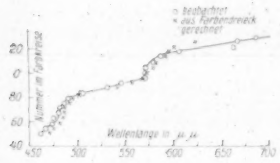


Fig. 2.

deren geringelte Punkte die direkte Beobachtung, deren gekreuzte Punkte die aus Tab. IV entnommenen Wellenlängen für den Kreis *nc* darstellen (vgl. auch die analoge Kurve in Fig. 4 auf S. 353 der zitierten Ostwaldschen Arbeit). Es zeigt sich im allgemeinen Übereinstimmung, im einzelnen aber immerhin merkbare Abweichungen, die im blauen Gebiet etwa — 10 $\mu\mu$, in grüngelben Null und im roten starke positive Werte annehmen; ich halte sie für reell und im Unterschied meiner Augen gegenüber den Königschen begründet. Denn die analogen Beobachtungen am Farbkreis *ia* und *pa* ergaben im wesentlichen dasselbe Resultat, wenn auch bei den sehr ungesättigten *ia*-Farben die Einstellungen ungenauer, bei *pa* dagegen genauer waren.

Zu einem ähnlichen Ergebnis führt die zweite Probe. Der Herstellung entsprechend sollten die um je 50 Einheiten auseinander liegenden Pigmente, also z. B. Nr. 4 und 54, angenähert (für das Auge Ostwalds) komplementär sein. Für das Auge Königs wäre es in diesem Beispiele exakt der Fall, wie Fig. 1 zeigt, wo diese beiden Farben des *nc*-Kreises auf ein und derselben durch den Weißpunkt gehenden Geraden liegen. Aus Tab. IV ergibt sich für Nr. 4 die Gesamterregung

$$r + b + c = 121{,}3,$$

für Nr. 54

$$r' + b' + c' = 78{,}3.$$

Wir fragen, wieviel von jeder Farbe zu nehmen ist, damit ihre additive Mischung ein neutrales Grau ergibt, also im Punkt *W* liegt. Nach dem Hebelgesetz offenbar solche Vielfache a und b obiger Mengen, daß $121{,}3ax_1 = 78{,}3bx_2$ ist, wenn unter x_1 und x_2 die mit dem Zirkel abzugreifenden Hebelarme, also die Entfernungen der Pigmente vom Weiß bedeuten. In diesem Beispiele ergäbe sich $\frac{a}{b} = 0{,}931$. Berechnet man in gleicher Weise für die anderen Farbenpaare 0/50, 8/58, 13/53 .... das Verhältnis $\frac{a}{b}$,

Tabelle IV.

	Farbkreis *ia*					Farbkreis *nc*					Farbkreis *pa*				
	b	*g*	*r*	λ	*s*	*b*	*g*	*r*	λ	*s*	*b*	*g*	*r*	λ	*s*
Nr. 0	26,7	71,4	68,2	573	0,520	12,3	52,0	48,2	572	0,699	13,8	67,9	63,7	571	0,715
„ 4	19,2	69,4	70,0	576	0,636	12,7	54,7	53,9	578	0,769	10,4	66,0	65,9	573	0,85
„ 8	18,8	61,7	65,3	581	0,616	12,5	50,5	53,7	581	0,654	8,2	53,3	56,5	580	0,79
„ 13	19,0	50,7	56,3	585	0,547	10,5	38,1	50,2	592	0,681	7,4	43,6	50,6	585	0,78
„ 17	19,1	48,2	54,4	587	0,531	8,4	29,5	38,4	594	0,670	7,6	38,6	48,0	590	0,76
„ 21	29,8	49,1	57,8	595	0,345	12,7	27,8	36,9	598	0,507	9,0	26,9	38,1	600	0,64
„ 25	38,8	48,4	59,4	610	0,203	21,7	27,5	37,1	022	0,273	14,8	26,1	37,8	608	0,44
„ 29	40,4	39,0	50,7	(497)	0,101	27,2	27,6	37,8	730	0,145	18,3	20,5	32,5	(495)	0,23
„ 33	41,6	32,9	45,5	(502)	0,178	25,1	20,4	32,2	(498)	0,235	18,0	14,9	25,8	(498)	0,25
„ 38	44,5	24,0	30,9	(552)	0,275	35,5	10,2	22,9	(550)	0,353					
„ 42	45,2	22,8	27,2	(566)	0,282	35,6	13,4	19,0	(556)	0,409					
„ 46	40,4	22,8	25,9	(571)	0,281	35,8	12,6	16,6	(568)	0,418					
„ 50	49,9	21,6	22,0	477	0,307	48,9	12,9	13,8	470	0,358					
„ 54	51,6	20,7	24,7	482	0,280	46,2	16,2	15,9	473	0,391					
„ 58	53,4	31,7	28,4	484	0,242	51,1	20,7	18,7	481	0,381					
„ 63	57,3	42,1	36,0	484	0,202	53,0	27,5	23,0	484	0,334					
„ 67	55,1	44,4	37,2	490	0,184	49,8	29,4	24,2	485	0,299					
„ 71	50,3	47,1	37,8	495	0,162	41,7	25,6	21,9	485	0,265					
„ 75	42,6	41,7	34,4	496	0,130	34,4	28,5	22,2	491	0,218					
„ 79	41,9	42,6	34,3	497	0,133	26,9	27,8	21,5	495	0,153					
„ 83	38,9	46,0	37,0	505	0,089	24,3	28,8	22,2	502	0,115					
„ 88	32,5	55,8	47,9	549	0,285	15,3	31,2	26,7	540	0,398	14,0	38,6	30,2	551	0,49
„ 92	28,4	64,5	56,1	563	0,427	13,2	38,5	31,3	557	0,542	14,6	55,2	46,0	564	0,62
„ 96	29,2	71,8	66,0	570	0,476	13,1	47,0	41,9	568	0,871	13,1	58,7	58,2	571	0,69

so erhält man in graphischer Darstellung die gestrichelte Kurve der Fig. 3. Die zur Kontrolle bestimmte direkte Beobachtung erfolgte nach dem Vorgange Ostwalds mit Hilfe des früher erwähnten, ein wenig modifizierten Polarimeters. Die Öffnungen A und B wurden vergrößert und in solcher Entfernung vom Rochon angebracht, daß die Bilder A_2 und B_1, die früher nebeneinander lagen, sich jetzt überdeckten. Unter A und B lagen die vom Tageslicht beleuchteten komplementären Pigmente; ihr Verhältnis in der additiven Mischung des Mittelfeldes konnte durch den Nikol meßbar variiert werden. Die Hälfte dieses mittleren Mischfeldes wurde durch ein graues Blättchen passender Helligkeit abgedeckt, daß quer über beide Farbpapiere gelegt und daher in seiner Intensität unabhängig von der Nikolverdrehung war. Diesem Grau wurde die Farbe des Mischfeldes möglichst gleich gemacht. Die dazu nötigen Neutralisationsverhältnisse $\frac{a}{b}$ — gegeben durch $\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\beta}$, weil zur Eliminierung von eventuell ungleicher Beleuchtung die Pigmente vertauscht wurden — sind in Fig. 3 geringelt

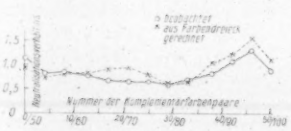


Fig. 3.

eingetragen und ergeben die ausgezogene Kurve. — Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung ist hier, wenn auch der allgemeine Gang annähernd parallel verläuft, schlechter als in Fig. 2. — Schuld daran wird teilweise die Schwierigkeit der Beobachtung haben sowie Mängel in der Apparatur (zu kleine Gesichtsfelder). Zum Teil aber werden es wieder reelle Abweichungen sein, die in der Verschiedenheit der Augen begründet sind; so insbesondere um die Abszissenstelle 20/70 herum, wo rote Farben zur Verwendung kommen, die, wenn sie für Königs Auge (Fig. 1) komplementär sind, es für mein Auge (Fig. 2) nicht mehr sein können, da ich sie in anderem Farbton sehe.

Wenn aber die noch vorhandenen Unstimmigkeiten wirklich nur in der Individualität der Augen begründet sind — da solche Proben an homogenem Beobachtungsmaterial noch nicht durchgeführt wurden, ist der Schluß nicht sicher — so möge nur noch erwähnt werden, daß dies keineswegs eine Unvollkommenheit der Darstellung bedeuten würde. Im Gegenteil: Darstellungsversuche, die diesen Umstand verschleiern, werden zwar keine bessere Übereinstimmung in den Angaben der einzelnen Beobachter, wohl aber eine größere Verwirrung in den Begriffen und Anschauungen erreichen.

In bezug auf die erreichte Meßgenauigkeit, die sich ohne Schwierigkeit (günstigere Beleuchtung und Vermehrung der Beobachtungsstellen bei der Remissionsbestimmung) verbessern ließe, sei erwähnt, daß sich aus der wiederholten Analyse ein und derselben Farbe der mittlere prozentuelle Fehler in den Angaben für die Wellenlänge zu 0,5 Proz., für die Sättigung zu 2,6 Proz., für die Helligkeit (vgl. die nächste Mitteilung) zu 1,8 Proz. ergab. —

Wir rekapitulieren: Die spektralphotometrische Bestimmung der Remissionsfunktion bildet die Analyse der Pigmentfarben und liefert das Zahlenmaterial für ihre Klassifizierung. Mit Hilfe der bekannten Grunderregungskurven werden dann zunächst die Anteile b, g, r für jeden der drei im Auge tätigen Empfänger bestimmt und damit die Zahl der Farbkoordinaten auf drei reduziert. Statt dieser dem Empfindungsleben und dem Sprachgebrauch ungewohnten Koordinaten werden drei andere gewählt: Farbton F, Sättigung S und Helligkeit H, von denen die beiden ersteren mit Hilfe des Farbendreieckes aus den bekannten Werten r, b, g bestimmbar sind. Weil in der Dreiecksdarstellung sämtliche Farben des dreidimensionalen Farbenraumes auf einer zweidimensionalen Ebene Platz finden, so muß offenbar die bisherige Darstellung vieldeutig sein insofern, als zwei oder mehr Farben die ein und denselben Platz im Dreieck besetzen zwar im Farbton und Sättigung gleich sind, sich aber noch in der Helligkeit unterscheiden können. Da nun Farbton und Sättigung schon allein durch ihre Lage im Farbendreieck festgelegt sind, diese Lage aber nur von dem Verhältnis $r:b:g$ abhängt, so liegt der Versuch nahe, die Helligkeit als lineare Funktion von r, b, g darzustellen, also $H = \beta b + \gamma g + \varrho r$. — Der Inhalt der nächsten Mitteilung wird zeigen, daß dies, zumindest sehr angenähert, der Fall ist. —

Aus dem II. physikalischen Institut der Universität Wien.

(Eingegangen 22. März 1920.)

Ein einheitliches Dimensionssystem mit ungebrochenen Exponenten.

Von Robert Ettenreich.

Sehr viele Gesetze der Physik lassen sich auf die Form bringen

$$G = c \cdot G_1^{\alpha} \cdot G_2^{\beta} \cdot G_n^{\nu},$$

wobei die G physikalische Größen und c einen Proportionalitätsfaktor bedeuten. Aus der Zusammenstellung solcher Gesetze werden die Dimensionsformeln durch Weglassung der numerischen Beträge und willkürliche Festsetzung der Faktoren c gewonnen[1]).

Im C.G.S.-System wird die Dimension aller Größen auf Potenzprodukte von Länge, Masse und Zeit zurückgeführt, wobei sich auf elektrischem Gebiet Schwierigkeiten ergeben. Es wird nämlich über mehr Proportionalitätsfaktoren verfügt, als voneinander unabhängige Gleichungen vorhanden sind; so entsteht der Widerspruch zwischen dem elektrostatischen und elektromagnetischen Maßsystem.

Die Willkürlichkeit dieser Aufstellungen wird am besten aus einer Analogie klar. Mit der gleichen Berechtigung, mit der in den Coulombschen Gesetzen

$$K = \frac{1}{\delta} \cdot e^2 \cdot l^{-2} \text{ und } K' = \frac{1}{\mu} m_m^2 l^{-2}$$

δ Dielektrizitätskonstante,
μ Permeabilität,
e elektrische Menge,
m_m magnetische Menge,
l Länge,

die Proportionalitätsfaktoren δ und μ dimensionslos gesetzt werden, kann man auch in der Newtonschen Formel

$$K = c m^2 \cdot l^{-2}$$

die Gravitationskonstante c gleich 1 wählen und aus der Beziehung

$$[m l t^{-2}] = [m^2 l^{-2}]$$

die Dimension der Masse

$$[m] = [l^3 t^{-2}]$$

ableiten[2]). Darauf läßt sich ein System aufbauen, das nur die zwei Grundgrößen Länge und Zeit enthält. In Tabelle I sind die wichtigsten Formeln dafür zusammengestellt. Es ist in sich ebenso widerspruchsfrei wie das elektrostatische oder das elektromagnetische C.G.S.-System, aber noch willkürlicher, da außer der Dimension der elektrischen Menge bzw. magnetischen Menge, auch die der mechanischen Masse vergewaltigt wurde.

Tabelle I.

Größe	Dimension	Größe	Dimension	Anm.
		Elektr.		
Länge	l	Menge	$l^{3/2} t^{-2}$	
		Magn.		elektro-
Zeit	t	Menge	$l^{3/2} t^{-1}$	statisch
Masse	$l^3 t^{-2}$	Strom	$l^{3/2} t^{-3}$	
Dichte	t^{-2}	Spannung	$l^{1/2} t^{-2}$	
Energie	$l^2 t^{-1}$	Widerstand	$l^{-1} t$	

Außerdem mangelt die Eindeutigkeit, indem wichtige verschiedene Begriffe wie Masse und Elektrizitätsmenge das gleiche Symbol erhalten, ähnlich wie im C.G.S.-System Länge und elektrische Kapazität. — Das Beispiel soll nur zeigen, daß außer den bestehenden Systemen noch sehr viele andere möglich sind[1]).

Man muß sich daher die Frage vorlegen: Welche Größen müssen als Grundgröße gewählt, und wie soll über die Proportionalitätsfaktoren verfügt werden, damit das Formelgebäude möglichst einfach wird?

Einen Versuch in dieser Richtung, durch den die gebrochenen Exponenten verschwinden, bildet die Einführung von Energie (E), elektrischer Menge (e) und magnetischer Menge (m_m) an Stelle von l, m, t.

In Tabelle II sind in die ersten beiden Spalten die Dimensionen wichtiger Größen im elektrostatischen und elektromagnetischen Maß im Länge-Masse-Zeitsystem eingesetzt, wobei die Proportionalitätsfaktoren der Coulombschen Gesetze, das sind Dielektrizitätskonstante δ und Permeabilität μ, offen gelassen sind. Die Auflösung der beiden Gleichungstripel

$$E = m l^2 t^{-2} \qquad E = m l^2 t^{-2}$$
$$e = \delta^{1/2} m^{1/2} l^{3/2} t^{-1} \qquad e = \mu^{1/2} m^{-1/2} l^{3/2}$$
$$m_m = \delta^{-1/2} m^{1/2} l^{3/2} \qquad m_m = \mu^{1/2} m^{1/2} l^{3/2} t^{-1}$$

nach l, m, t, und Einsetzung in die Formeln der ersten und zweiten Spalte der Tabelle, ergibt die dritte und vierte Spalte das System Energie—elektrische Menge—magnetische Menge. Wie man sieht, verschwindet in diesem der Gegensatz zwischen elektrostatisch und elektromagnetisch auf elektrischem Gebiet, taucht dafür aber im mechanischen wieder auf. Wir verfügen nun über die Dimensionen von δ und μ, die ja bisher offengelassen wurden, derart, daß

1) Siehe z. B. R. J. Sowter, Nature **68**, 23, 1903 On dimension of physical quantitys.

2) Ein ähnliches System stellt A. E. Haas auf: „Über ein Maßsystem, das die Längeneinheit und die Lichtgeschwindigkeit als Grundeinheiten enthält". Diese Zeitschr. **6**, 204, 1905.

1) Es sei hier hingewiesen auf die Systeme von K. Schreber (Verh. d. 76. Vers. deutscher Naturforscher und Ärzte 1904) und E. Mattenklodt, die als Grundeinheiten Kraft—Länge—Zeit, bzw. Kraft—Länge—Zeit—Winkel benutzen.

Tabelle II.

	1	2	3	4	5	6
Energie	ml^2t^{-2}	ml^2t^2	E	E	E	m
Elektrische Menge	$\delta^{1/2}m^{1/2}l^{3/2}t^{-1}$	$\mu^{-1/2}m^{1/2}l^{1/2}$	e	e	e	e
Magnetische Menge	$\delta^{-1/2}m^{1/2}l^{3/2}t^{-1}$	$\mu^{1/2}m^{1/2}l^{3/2}t^{-1}$	m_m	m_m	m_m	mle^{-1}
Strom	$\delta^{1/2}m^{1/2}l^{3/2}t^{-2}$	$\mu^{-1/2}m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}$	$m_m^{-1}E$	$m_m^{-1}E$	$m_m^{-1}E$	le^{-1}
Spannung	$\delta^{-1/2}m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}$	$\mu^{1/2}m^{1/2}l^{1/2}t^{-2}$	$e^{-1}E$	$e^{-1}E$	$e^{-1}E$	me^{-1}
Widerstand	$\delta^{-1}l^{-1}t$	μlt^{-1}	$e^{-1}m_m$	$e^{-1}m_m$	$e^{-1}m_m$	mle^{-2}
Kapazität	δl	$\mu^{-1}l^{-1}t^2$	e^2E^{-1}	e^2E^{-1}	e^2E^{-1}	$m^{-1}e^2$
Selbstinduktion	$\delta^{-1}l^{-1}t^2$	μl	$m_m^2E^{-1}$	$m_m^2E^{-1}$	$m_m^2E^{-1}$	mle^{-2}
Dielektr. Konstante	δ	$\mu^{-1}l^{-2}t^2$	δ	$\mu e^2m_m^{-2}$	em_m^{-1}	$m^{-1}le^{-2}$
Permeabilität	$\delta^{-1}l^{-2}t^2$	μ	$\delta m_m^2e^{-2}$	μ	$e^{-1}m_m$	mle^{-2}
Länge	l	l	$\delta^{-1}e^2E^{-1}$	$\mu^{-1}m_m^2E^{-1}$	em_mE^{-1}	l
Zeit	t	t	em_mE^{-1}	lm_mE^{-1}	em_mE^{-1}	l
Masse	m	m	$\delta^2e^{-2}m_m^2E$	$\mu^2e^2m_m^{-2}E$	E	m
Geschwindigkeit	lt^{-1}	lt^{-1}	$\delta^{-1}em_m^{-1}$	$\mu^{-1}e^{-1}m_m$	1	1
Beschleunigung	lt^{-2}	lt^{-2}	$\delta^{-1}m_m^{-2}E$	$\mu^{-1}e^{-2}E$	$e^{-1}m_m^{-1}E$	l^{-1}
Kraft	mlt^{-2}	mlt^{-2}	$\delta e^{-2}E^2$	$\mu m_m^{-2}E^2$	$e^{-1}m_m^{-1}E^2$	ml^{-1}
Bewegungsgröße	mlt^{-1}	mlt^{-1}	$\delta e^{-1}m_mE$	$\mu em_m^{-1}E$	E	m

auch dieser Unterschied verschwindet; die gemeinsame Bedingung hierfür lautet

$$\delta\mu^{-1} = e^2m_m^{-2}.$$

Unter den unendlich vielen Lösungen dieser Gleichung sind drei durch Symmetrie ausgezeichnet

$$\delta = e^2,\ \mu = m_m^2 \qquad \delta = m_m^{-2},\ \mu = e^{-2}$$

$$\delta = \frac{e}{m_m},\ \mu = \frac{m_m}{e}.$$

Wenn wir die letztere verfolgen, ergeben sich die in Spalte 5 eingetragenen Werte als gemeinsames Maßsystem. In diesem wird die Geschwindigkeit dimensionslos, denn für Länge und Zeit ergibt sich die gleiche Formel. Es liegt daher nahe, diese gemeinsame Dimension als Grundgröße an Stelle des Hilfsbegriffes der magnetischen Menge in das System aufzunehmen. Da Masse und Energie ebenfalls gleiche Dimension bekommen, wird als gemeinsames Symbol für beide wieder m eingeführt.

$$e \cdot m_m \cdot m = l,\ \text{daraus}\ m_m = l \cdot e^{-1} \cdot m,$$

das ergibt, in Spalte 5 eingesetzt, die Spalte 6, das System Länge—Masse—Elektrische Menge.

Die Vereinfachung gegenüber den jetzt gebräuchlichen Länge-Masse-Zeitsystemen ist nicht nur im elektrischen, sondern auch im mechanischen Teil weitgehend. Die gebrochenen Exponenten sind verschwunden, der Gegensatz zwischen elektrostatisch und elektromagnetisch ist ausgeglichen.

Daß die Geschwindigkeit dimensionslos erscheint, ist mit dem Beharrungsgesetz gut vereinbar. Die Gleichsetzung der Dimension von Länge und Zeit entspricht überdies dem Begriff des Minkowskischen Raumes, wenn man als Einheit der Geschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit wählt.

Um nun auch von der Willkür der den Erdmaßen entnommenen Einheiten des C.G.S.-Systems frei zu werden, könnte man als Einheiten für Masse das Wasserstoffatom ($8{,}4 \times 10^{-24}$ g), für Elektrizitätsmenge das Elektron

$$(4{,}6 \cdot 10^{-10}\ \text{stat. E.})$$

wählen und die Zeiteinheit aus der Beziehung

$$[h] = [E \cdot t]$$

aus dem Wirkungsquantum gewinnen. Sie wäre gleich dem Wirkungsquantum

$$(h = 6{,}4 \cdot 10^{-27}\ \text{g cm}^2/\text{sec})$$

gebrochen durch die Energie eines mit Lichtgeschwindigkeit bewegten Wasserstoffatoms ($3{,}8 \cdot 10^{-3}$ erg), d. i. $1{,}7 \cdot 10^{-23}$ sec. Die Längeneinheit ist dann jene Strecke, die vom Licht in dieser Zeiteinheit zurückgelegt wird, also $5{,}1 \cdot 10^{-13}$ cm.

Mit den vorstehenden Ausführungen wird keineswegs die praktische Durchführbarkeit des dargelegten Systems behauptet; diese ist ja schon dadurch ausgeschlossen, daß die gewählten Grundeinheiten bisher noch zu wenig genau bestimmt werden konnten. Auch ist es keineswegs frei von Willkürlichkeiten. Es sollte nur der antropomorphe Charakter des üblichen Maßsystems an einem Gegenbeispiel aufgezeigt werden; weil zufällig der menschlichen Erkenntnis die Mechanik am nächsten lag, hat man ihr die Grundgrößen entnommen und diese dann zwangsweise in andere Gebiete der Physik verpflanzt, dabei entsprechend dem historischen Fortschreiten

der Wissenschaft willkürlich Vereinfachungen aufstellend.

Der Ausdruck $m^{1}/_{2} l^{3}|_{2} t^{-1}$ sagt somit über das Wesen der elektrischen Ladung ebensowenig aus, als der Name Elektrizität und bedeutet nichts als ein konventionelles Symbol.

Zusammenfassung.

1. Durch Einführung der Grundeinheiten Energie, Elektrizitätsmenge und Länge (an Stelle von Länge, Masse, Zeit) gelingt die Aufstellung eines Dimensionssystems, das keine gebrochenen Exponenten aufweist und den Gegensatz zwischen elektrostatisch und elekromagnetisch überbrückt.

2. In Übereinstimmung mit der Relativitätslehre bekommen Weg und Zeit, Energie und Masse gleiche Dimensionen: die Geschwindigkeit erscheint dadurch dimensionslos.

3. Es wird vorgeschlagen, die Einheiten dieses Systems aus den universellen Naturkonstanten: Lichtgeschwindigkeit, Masse des H-Atoms, Elektron und Wirkungsquantum herzuleiten.

Wien, Radiotechnische Versuchsanstalt, am 1. Januar 1920.

(Eingegangen 12. Januar 1920.)

Bestimmung von Ort und Zeit des Ursprungs seismischer Oberflächenwellen.

Von C. Mainka.

In Nr. 1 dieser Zeitschr., S. 7 bringt K. Mack: „Über Weltbeben und lange Wellen" Ergebnisse einer Untersuchung, in der Absicht unternommen, um mit Hilfe der die Erde mehrfach umkreist habenden Oberflächenwellen einen brauchbaren Wert für die Entfernung Δ des Epizentrums vom Beobachtungsort B zu erhalten. Nach IVb und d S. 9 ist:

$$\Delta = \frac{V}{2}(t_3 - t_2) = \frac{U - V \cdot (t_4 - t_3)}{2}.$$

Da sich t_1 nicht immer einwandfrei bestimmen läßt, wird von IVa und c abgesehen; für V sollen genäherte Mittelwerte angenommen werden.

Lassen sich solche Δ-Bestimmungen nach Mack für mehrere geeignet gelegene B machen, so ist es in einfacher Weise möglich, den Ausgangsort der langen Wellen festzulegen, und zwar unter Benutzung der Daten t_2, t_3, t_4.

Sehr einfach geschieht dies, wie ersichtlich, mit Hilfe eines Globus. Statt eines solchen kann auch eine Karte benutzt werden. Einige Seismologen haben nach dem Beispiel von Grablovitz für ihre Erdbebenwarten Karten angefertigt, die in bezug auf die fragliche Warte B äquidistante Linien enthalten. Für eine dauernde Zusammenarbeit mehrerer bestimmter Erdbebenwarten B_1, B_2, B_3... empfiehlt sich die Anfertigung einer Karte mit den Systemen solcher Kurven für jede der Warten B_1, B_2, B_3.... Pausblätter mit Kurven gleicher Entfernung je für B_1, B_2... besonders gezeichnet, erleichtern an der Hand einer Grundkarte diese genügend genaue zeichnerische Methode noch mehr[1]).

Die übliche Bestimmung des Ausgangsortes seismischer Wellen mit Hilfe der einleitenden Wellen ist wegen der Ungenauigkeit des Einsatzes oder des Fehlens dieser oft nicht möglich. Nicht selten verzeichnen die Seismographen stundenlang langperiodische Wellen. Aus Mangel an geeigneten Hinweisen ließ sich sonst der Ausgangsort nicht ermitteln.

Die von K. Mack gegebenen Formeln lassen sich schließlich also auch für eine solche wertvolle Ortsbestimmung verwenden. Kann der Ort des Epizentrums auch auf andere Weise bestimmt werden, so ist es von Wert, zu untersuchen, ob beide Orte innerhalb der Genauigkeit zusammenfallen[2]).

Auch die Ausgangszeit t_0 der langen Wellen vom Ausgangsort läßt sich aus den von Mack gegebenen Beziehungen ermitteln. Wird V als konstant angenommen, so wird ohne Kenntnis von Δ:

$$t_0 = t_2 - \tfrac{1}{2}(t_4 - t_1)$$

oder

$$t_0 = \tfrac{1}{2}(3t_2 + t_3 - 2t_4).$$

Oft läßt sich t_0 mit Hilfe der einleitenden Wellen bestimmen, auch wäre ein Vergleich der beiden erhaltenen Zeitbestimmungen von Wert[2]).

Die Zeit t_1 läßt sich sowohl aus dem Seismogramm ablesen, als auch mit Hilfe der t_2, t_3, t_4 errechnen. Der erhaltene Unterschied kann als Anhalt für die Genauigkeit solcher Bestimmungen gelten.

1) Diese soweit bekannt noch nicht angewendete Arbeitsweise ist sehr einfach. Die Vorarbeiten müssen wie bei allen anderen graphischen Verfahren allerdings erst einmal getan sein.

2) Ob Ausgangsort und -zeit der langen Wellen mit dem Bebenort und der Bebenzeit zusammenfallen, wäre dann zu untersuchen.

Potsdam, 6. Februar 1920.

(Eingegangen 22. März 1920.)

Zur Quantentheorie des Viellinienspektrums des Wasserstoffs[1]).

Von M. Wolfke.

Bekanntlich besitzt Wasserstoff außer den Serienlinien noch das sogenannte Viellinienspektrum und das Schumannspektrum. Diese beiden Spektra enthalten zusammen in dem Intervall zwischen 1000 Å und 8000 Å ca. 1300 Linien, wobei wahrscheinlich damit die gesamte Linienzahl noch nicht erschöpft ist.

Die Leistungen des Bohrschen Atommodells auf dem Gebiete der Serienspektren, speziell bei Wasserstoff und Helium, lassen die Erwartung zu, daß auch der gesamte Emissionsvorgang dieser beiden Elemente auf diesem Wege zu deuten ist. Bereits vor drei Jahren beschäftigte sich Glitscher[2]) mit dieser Frage und wies auf einen gewissen Zusammenhang zwischen der Intensitätsverteilung im Viellinienspektrum und der Lage der Linien der Balmerserie hin. Glitscher und auch früher Nicholson[3]) versuchten den Vorgang der Assoziation zweier Wasserstoffatome zu quanteln, um daraus eine Erklärung für das Viellinienspektrum zu gewinnen. Es ist jedoch bis heute nicht gelungen, das Viellinienspektrum und die Linien im Schumanngebiet quantentheoretisch zu erklären.

In dieser Mitteilung soll auf eine Möglichkeit hingewiesen werden, wie man im Anschluß an das Debyesche[4]) Modell des Wasserstoffmoleküls ein Spektrum mit vielen tausenden Linien im sichtbaren, ultravioletten und Schumann-Gebiet erhalten kann. Es werden dabei die Bohrschen Quantenansätze nicht direkt auf das neutrale, sondern auf das positiv geladene Wasserstoffmolekül angewandt, was mit der Auffassung von Stark[5]), daß der Träger des Viellinienspektrums des Wasserstoffs das positive Molekülion H_2^+ ist, gut übereinstimmt.

Das positiv geladene Wasserstoffmolekül.

Das positive Molekülion des Wasserstoffs besteht aus zwei Wasserstoffkernen und einem Elektron. Es lassen sich verschiedene mehr oder weniger stabile Konfigurationen dieser drei Massen ausdenken, doch ist aus Symmetriegründen diejenige die natürlichste und einfachste, bei welcher die beiden Kerne auf einem Kreise rotieren, in dessen Zentrum sich das Elektron befindet.

Die Gleichgewichtsbedingung für die Kerne ist durch die Gleichung:

$$\frac{e^2}{R^2} = \frac{e^2}{4R^2} + \frac{Mv^2}{R} \qquad (1)$$

gegeben, wobei e die Elementarladung, R den Radius des Kernkreises, M die Masse eines Kernes und v die Peripheriegeschwindigkeit bedeuten.

Die statischen Bahnen werden durch den Bohrschen Ansatz:

$$Mv_iR_i = i \cdot \frac{h}{2\pi} \qquad (2)$$

bestimmt. Die Anwendung dieses Ansatzes auf die Wasserstoffkerne ist nicht neu und wurde bereits von Lenz[1]) zur Erklärung des Kernmechanismus der Atome höherer Atomgewichte herangezogen.

Aus den Gleichungen (1) und (2) ergibt sich der Radius des i^{ten} Ringes:

$$R_i = \frac{i^2h^2}{3\pi^2e^2M}. \qquad (3)$$

Die kinetische Energie E_K der beiden Kerne ist:

$$E_K = 2 \cdot \frac{Mv^2}{2} = \frac{3e^2}{4R_i}.$$

Die potentielle Energie E_P:

$$E_P = E_\infty - 2 \cdot \frac{e^2}{R} + \frac{e^2}{2R} = E_\infty - \frac{3e^2}{2R_i}.$$

Die gesamte Energie des Systems E_i, im Falle wo sich die beiden Kerne auf dem i^{ten} Kreis befinden, ist gleich:

$$E_i = E_\infty - \frac{3e^2}{4R_i} = E_\infty - \frac{9\pi^2e^4M}{4i^2h^2}, \qquad (4)$$

wo E_∞ die Energie des Systems bedeutet, wenn alle Ladungen unendlich voneinander entfernt sind.

1. Der innerste Kernring. Aus der Gleichung (3) ist ohne weiteres zu ersehen, daß die Radien der Kernkreise für gleiche Quantenzahl bedeutend kleiner sind, als diejenigen der Elektronenkreise beim Wasserstoffatom. So z. B. ist der innerste theoretisch mögliche Kreis mit der Quantenzahl $i = 1$ von der Größenordnung des Elektrons selbst. Soll jedoch das positive Molekülion des Wasserstoffs Dimensionen von gleicher Größenordnung wie das Molekül selbst haben, so muß der innerste tatsächlich zulässige Kernkreis eine wesentlich höhere Quantenzahl besitzen. Wir wollen seine Quantenzahl mittels der Ionisationsspannung berechnen.

1) Aus den Mitteilungen d. Phys. Ges. Zürich 1919.
2) K. Glitscher, Münchn. Ber. S. 125, 1916.
3) Nicholson, Monthly Not. of Roy. Astr. Soc. **74**, 425.
4) P. Debye, Münchn. Ber. S. 1, 1915.
5) J. Stark, Ann. d. Phys. (4) **52**, 221 u. **54**, 111, 1917.

1) W. Lenz, Münchn. Ber. 1918.

Nach den neuesten Messungen[1]) (7) beginnt im Wasserstoff bei 11 Volt eine merkliche Ionisation. Diese Spannung von 11 Volt wird als Ionisationsspannung des Wasserstoffmoleküls aufgefaßt. Die Energie des neutralen Wasserstoffmoleküls vor der Ionisation ist[2]):

$$E_\infty - \frac{\pi^2 e^4 m (3\sqrt{3}-1)^2}{4h^2} = E_\infty - \frac{(3\sqrt{3}-1)^2}{4} \cdot hN.$$

Die Energie des positiven Wasserstoffmoleküls nach der Ionisation ist nach der Formel (4):

$$E_\infty - \frac{9\pi^2 e^4 M}{4i^2 h^2} = E_\infty - \frac{9M}{4m} \cdot hN \cdot \frac{1}{i^2}.$$

Setzen wir die Differenz der beiden Energien, d. h. die durch die Ionisation gewonnene Energie, gleich der Arbeit des ionisierenden Elektrons, bzw. seiner kinetischen Energie, die er unter der Wirkung der Ionisationsspannung von 11 Volt erhalten hat, so folgt:

$$\frac{(3\sqrt{3}-1)^2}{4} \cdot hN - \frac{9M}{4m} \cdot hN \cdot \frac{1}{i^2} = e \cdot \frac{11}{300},$$

woraus:

$$i = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}-1}{3}\right)^2 \cdot \frac{m}{M} - \frac{44}{2700} \cdot \frac{em}{hNM}}}$$

Wenn unsere Hypothese richtig ist, so muß der obige Ausdruck für i einen ganzzahligen Wert ergeben. Wir setzen folgende bekannte Werte ein[3]):

$$h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}, \qquad N = 3{,}29 \cdot 10^{15},$$

$$\frac{M}{m} = 1844 \qquad e = 4{,}774 \cdot 10^{-10}$$

und erhalten für i den Wert:

$$i = 34{,}0. \tag{5}$$

Dieser Wert variiert nur wenig mit der Ionisationsspannung; so z. B. würde sich für i bei 11,3 Volt Ionisationsspannung der Wert 34,1 und bei 10,7 Volt — 33,9 ergeben. Man erhält also für i mit großer Genauigkeit eine ganze Zahl, nämlich 34. Wenn auch dieses Resultat nicht als ein eindeutiger Beweis für unser Strahlungsmodell gelten kann, so ist doch sehr auffallend, daß gerade die Ionisationsspannung von 11 Volt zu einem genau ganzzahligen Wert für i führt.

Wir wollen noch die Größe des 34ten Ringes bestimmen. Nach der Formel (3) haben wir:

$$R_{34} = \frac{34^2 \cdot h^2}{3\pi^2 e^2 M} = 0{,}465 \cdot 10^{-8}\ \text{cm},$$

also ein Wert von der gleichen Größenordnung, wie das neutrale Molekül, was sich gut in die üblichen Vorstellungen hineinfügt.

2. Das Spektrum des positiven Wasserstoffmoleküls. Bei unserem Modell des positiven Molekülions des Wasserstoffes haben wir mit kreisenden Wasserstoffkernen und nicht mit Elektronen zu tun. Um also eine Strahlung im Bohrschen Sinne zu erhalten, müssen wir den Bohrschen Strahlungsansatz auf die Kerne erweitern. Da wir dabei mit zwei Kernen zu tun haben, so wollen wir in gleicher Weise, wie wir es bei dem neutralen Molekül getan haben, jedem Kern ein Quant $h\nu$ zuordnen, so daß:

$$E_{i_2} - E_{i_1} = 2h\nu \tag{6}$$

wird.

Ob eine solche Erweiterung des Bohrschen Strahlungsansatzes auf die Kerne überhaupt zulässig ist, und ob dies auf obige Weise geschehen muß, läßt sich nicht voraussagen, da uns bis heute jede Grundlage für den Mechanismus des Strahlungsvorganges selbst fehlt, und nur eine genaue quantitative Prüfung an Hand von Spektralmessungen diesen Ansatz als berechtigt erweisen kann.

Aus den Gleichungen (4) und (6) erhalten wir für die ausgestrahlte Frequenz:

$$\nu = \frac{9M}{16m} \cdot N \left(\frac{1}{i_1^2} - \frac{1}{i_2^2} \right), \tag{7}$$

oder in Wellenlängen:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{0{,}8791}{\frac{1}{i_1^2} - \frac{1}{i_2^2}}\ \text{Å}. \tag{8}$$

Die prinzipielle Frage ist dabei die, ob unser Modell imstande ist, das ungemein reiche Viellinienspektrum nebst dem Schumannspektrum zu liefern. Um das zu entscheiden, wollen wir hier die Zahl derjenigen möglichen Linien abschätzen, die von unserem Modell in dem fraglichen Spektralgebiet zwischen:

$$1000\ \text{Å und } 8000\ \text{Å} \tag{9}$$

geliefert wird.

Vor allem berechnen wir die Grenzlinie der 34sten Serie, indem wir als $i$te Serie diejenige bezeichnen, die durch alle möglichen Sprünge auf den $i$ten Kreis entsteht. Aus der Formel (8) ergibt sich:

$$\lambda_{34,\infty} = 1016\ \text{Å}.$$

Diese kürzeste Linie des Modells liegt also noch innerhalb des betrachteten Wellenintervalls (9). Mit wachsendem i verschiebt sich die Grenzlinie $\lambda_{i,\infty}$ nach Rot hin. Wir wollen jetzt

1) Bergen Davis & F. S. Goucher, Phys. Rev. (2) 10, 101, 1917.
2) M. Wolfke, diese Zeitschr. 17, 71, 1916, Formel (7).
3) Vgl. M. Wolfke, diese Zeitschr. 17, 198, 1916.

dasjenige i berechnen, bei dem die kürzeste Linie noch innerhalb des betrachteten Intervalls (9) liegt; das führt zu der Bedingung:

$$\frac{0{,}8791}{\frac{1}{i^2}} \leq 8000,$$

woraus für i folgt:

$$i \leq 95.$$

So liefert also jede Serie, zwischen $i_1 = 34$ und $i_1 = 95$, Linien in das fragliche Frequenzintervall (9).

Wir berechnen jetzt, wie viele Linien einer $i$ten Serie in das obige Intervall (9) zu liegen kommen. Für diese Linien muß folgende Beziehung erfüllt sein:

$$\lambda_{i,\, i+k} \leq 8000,$$

oder nach (8):

$$\frac{0{,}8791}{\frac{1}{i^2} - \frac{1}{(i+k)^2}} \leq 8000,$$

woraus folgt:

$$k \geq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{i^2} - 0{,}00011}} - i.$$

Es werden selbstverständlich nicht beliebig große Werte von k möglich sein, denn das Modell wird bei höheren Werten von $i + k$ unstabil.

Wir nehmen z. B. an, daß unser Modell sich bis ungefähr auf das 20fache ausdehnen kann, ohne die Stabilität zu verlieren. Daraus ergibt sich für den Radius des äußersten Ringes:

$$K_i = \frac{i^2 h^2}{3\pi^2 e^2 M} = 20 \cdot 0{,}465 \cdot 10^{-8} = \text{ca. } 10^{-7} \text{ cm},$$

dieser ist also noch ca. 10mal kleiner, als der Radius der Elektronenbahn beim Wasserstoffatom, die der 30ten Balmerlinie entspricht. Aus der obigen Gleichung finden wir:

$$i = \text{ca. } 160.$$

Die Zahl n_i der Linien, welche von der $i$ten Serie in das fragliche Wellenintervall (9) hineinfallen, ist also:

$$n_i = 160 - i - k = 160 - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{i^2} - 0{,}00011}}.$$

In der Tabelle I sind die Zahlen n_i nebst den theoretischen Grenzen $\lambda_{i,\infty}$ für einige Serien angegeben.

Eine einfache Überlegung zeigt, daß unser Modell unter obigen Voraussetzungen ca. 4000 Linien in das Intervall des Viellinienspektrums und des Schumannspektrums liefern kann.

Tabelle I.

i	n_i	$\lambda_{i,\infty}$ in Å
34	124	1016
42	114	1551
52	98	2377
62	79	3379
72	51	4557
82	0	5911

Sollte das positive Wasserstoffmolekül sich bis ungefähr zu der Größe des 30ten Ringes der Balmerserie ausdehnen können, so wäre dann:

$$R_i = \frac{i^2 h^2}{3\pi^2 e^2 M} = \text{ca. } 4 \cdot 10^{-6} \text{ cm},$$

woraus für $i =$ ca. 1000 folgt. Dementsprechend wäre in diesem Falle:

$$n_i = 1000 - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{i^2} - 0{,}00011}}.$$

Die entsprechende Linienverteilung über die einzelnen Serien ist für diesen Fall in der Tabelle II angegeben.

Tabelle II.

i	n_i	$\lambda_{i,\infty}$ in Å
34	964	1016
35	963	1077
45	945	1780
55	933	2659
65	911	3714
75	879	4945
85	811	6352
95	0	7934

Wir hätten in diesem Falle mehr als 50 000 Linien zur Verfügung!

Diese Abschätzungen zeigen, daß unser Modell des positiven Wasserstoffions eine enorme Anzahl von Linien in das Gebiet des Viellinienspektrums und das Schumanngebiet zu liefern vermag, eine Zahl, die bedeutend größer ist, als die tatsächlich beobachtete. Dies wird durch die Anwendung der Strahlungsansätze von Bohr auf die Kerne erreicht. Da die Kernmasse ca. 1800mal größer ist, als diejenige des Elektrons, so rücken dadurch die statischen Bahnen enger zusammen und die Zahl der möglichen Sprünge wird enorm erhöht.

Sollte sich diese Auffassung bestätigen, so müßte das Viellinienspektrum und das Schumannspektrum des Wasserstoffs mindestens zum Teil, wenn nicht ganz, aus sehr vielen übereinander gelagerten Serien bestehen. Eine diesbezügliche quantitative Prüfung soll einer späteren Publikation vorbehalten werden.

Aus dieser Arbeit geht hervor, daß die Erweiterung der Bohrschen Quantenansätze auf die Kerne zu außerordentlich linienreichen Spektren führt, so daß derartige Modelle zur Erklärung komplizierter und linienreicher Spektra möglicherweise mit Erfolg dienen können.

Zürich, Oktober 1919.

(Eingegangen 8. Februar 1920.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Neue Sterne.

Von Hans Kienle.

(Schluß.)

Es erscheinen uns also zur Zeit t alle jene Teilchen leuchtend, welche auf der durch (1) dargestellten Fläche liegen. Diese entsteht durch Rotation eines Cartesischen Blattes um die X-Achse. Infolge der Kleinheit von r gegen ϱ kann indessen gesetzt werden:

$$\varrho - \varrho_0 = x = -r\cos\varphi,$$

so daß die Gleichung (1) übergeht in:

$$r = \frac{vt}{1+\frac{v}{c}\cos\varphi} \qquad (2)$$

Diese Fläche entsteht durch Rotation eines Kegelschnittes mit der Exzentrizität $e = \frac{v}{c}$ und dem Parameter $p = vt$ um die X-Achse. N ist der eine Brennpunkt. Ist $v > c$, so stellt (2) ein Rotationshyperboloid dar, so zwar, daß für negative Werte von t derjenige Ast in Betracht kommt, für den N äußerer Brennpunkt ist, (siehe Fig. 10), für positive t dagegen der Ast, für den N innerer Brennpunkt ist. Im ersteren Falle würde uns also die Kunde von der Katastrophe auf dem Wege über P früher erreichen als auf dem direkten Wege, es müßten schon leuchtende Nebelteilchen in der Umgebung der Nova sichtbar sein, bevor der Stern selbst aufleuchtete. Prinzipiell ist dieser Fall der Diskussion ebenso zugänglich wie $v < c$. Dagegen ist es verständlich, daß die Beobachtungen keine Entscheidung über sein tatsächliches Zutreffen zu liefern vermögen, da begreiflicherweise keine genügend lang exponierten Aufnahmen der Novagegend aus der Zeit kurz vor ihrem Aufleuchten vorliegen. Andererseits geht unsere ganze physikalische Erfahrung dahin, daß die Lichtgeschwindigkeit die höchste bekannte — die Relativitätstheorie postuliert sie ja geradezu als die größtmögliche — Geschwindigkeit darstellt, so daß auch aus diesem Grunde von einer weiteren Verfolgung der Annahme $v > c$ abgesehen werden kann. Wir beschränken uns daher auf $v \leq c$ wobei dann nur positive Werte von t in Betracht kommen.

Breiten sich die Vorgänge mit Lichtgeschwindigkeit aus, dann ist zur Zeit t die Oberfläche des Rotationsparaboloids $r(1+\cos\varphi) = ct$ beleuchtet. Für $v < c$ stellt (2) ein Rotationsellipsoid dar, das sich der Kugel um so mehr nähert, je kleiner v wird.

Nun wird aber die Katastrophe nicht ein momentanes Ereignis darstellen, sondern der Ausbruch wird vielmehr eine gewisse Zeit Δt andauern. Dann liegen die zur Zeit t leuchtenden Teilchen zwischen den beiden Rotationsflächen:

$$r = \frac{vt}{1+\frac{v}{c}\cos\varphi} \quad \text{und} \quad r = \frac{v(t-\Delta t)}{1+\frac{v}{c}\cos\varphi} \qquad (3)$$

Damit sind die Entwicklungen so weit geführt, als es möglich ist, ohne sich für eine bestimmte Hypothese über die Natur der Nebelerscheinungen selbst zu entscheiden. Wir wollen uns jetzt zunächst der zweiten Art der oben genannten Hypothesen zuwenden, die man zusammenfassend als

Strahlungshypothesen

bezeichnen kann. Der Grundgedanke ist der folgende: Bei der Katastrophe geht von der Nova eine primäre Strahlung aus — als welche im einfachsten Falle die Lichtwelle selbst zu betrachten ist — und diese löst in der die Nova umgebenden Nebelmaterie eine sekundäre Lichtstrahlung aus, die ins Auge des Beobachters gelangt. Die einfache Reflexionstheorie wurde damals gleichzeitig von Kapteyn[1], Seeliger[2] und W. E. Wilson[3] aufgestellt, insbesondere aber von Seeliger in den obengenannten beiden Aufsätzen[4] ein-

1) Astr. Nachr. **157**, 201.
2) Astr. Nachr. **157**, 255.
3) Nature **65**, 198.
4) Astrophys. Journal **16**, 4 und **20**, 2.

gehend diskutiert. Um die größere Allgemeinheit zu wahren, wollen wir indessen — wie dies auch Seeliger in der zweiten Arbeit tut — nicht von vornherein uns auf $v = c$ beschränken, sondern $v < c$ annehmen.

Die nächstliegenden weiteren Annahmen sind nun die, daß die von der Nova ausgehende primäre Strahlung allseitig gleiche und mit wachsendem r abnehmende Intensität besitze und daß die Nebelmaterie im wesentlichen homogen sei. Dann müßte auf den photographischen Aufnahmen das Bild des Nebels als eine kreisförmige Scheibe erscheinen mit der Nova als Mittelpunkt und nach außen zu abnehmender Helligkeit. Falls indessen v wesentlich kleiner als c ist, findet man, daß der Rand der Scheibe besonderes hell leuchten müßte. Denn in diesem Falle wächst die Dicke Δx (siehe Fig. 11) der leuchtenden

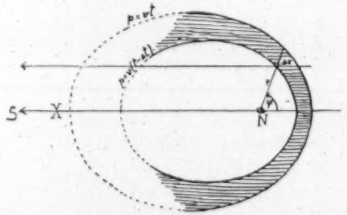


Fig. 11.

Schicht rasch mit Annäherung an die kleine Achse der Ellipse und überdies ändert sich r nur wenig, so daß die dadurch bedingte Abnahme der Intensität klein ist; sieht man von Absorption ab, so kann man die Helligkeit proportional der Dicke Δx setzen und erhält also einen hellen Ring als Begrenzung des Nebelbildes.

Die tatsächlich beobachteten Erscheinungen entsprechen indessen keineswegs diesen Folgerungen, wie deutlich aus der eingangs gegebenen Beschreibung der Novanebel hervorgeht. Man muß zum mindesten die Annahme homogen verteilter Nebel fallen lassen, dann aber auch die, daß die Intensität der primären Strahlung nach allen Seiten die gleiche sei. Tragen wir diesen Umständen Rechnung und gehen nun umgekehrt von den photographischen Aufnahmen aus, so sehen wir die Bilder der Nebel zusammengesetzt aus elliptischen Ringen, die im wesentlichen als linienhaft betrachtet werden dürfen, und aus einzelnen Lichtknoten, die als Punkte angesprochen werden sollen. Die Gleichungen der „beobachteten Kurven", wie sie Seeliger nennt, werden sich darstellen als $\Phi(y, z, t) = 0$ oder $t = F(y, z)$. Die beleuchteten Nebelteilchen liegen also auf dem über dieser Kurve als Leitlinie senkrecht errichteten Zylinder und die Lage der Teilchen im Raume ergibt sich als Schnitt dieses Zylinders mit der durch (2) dargestellten Rotationsfläche. Um alles in Bogenmaß auszudrücken, hat man noch v zu ersetzen durch $v\pi$, wo π die Parallaxe, v die in linearem Maß gemessene Geschwindigkeit ist. Die leuchtenden Nebelteilchen bilden dann die Fläche:

$$r\left(1 + \frac{v}{c}\cos\varphi\right) - v\pi F(y, z) = 0. \qquad (4)$$

Aus dieser Gleichung läßt sich gar nichts weiter schließen, da sie noch zwei willkürliche Parameter enthält: das Verhältnis $\frac{v}{c}$ und die Parallaxe π. Für das erstere setzt die einfache Reflexionstheorie den Wert 1 und erhält so die Gleichung:

$$r - x - c\pi F(y, z) = 0. \qquad (5)$$

Aber auch dann gibt es immer noch zu jedem Werte von π eine bestimmte Fläche, auf der die Nebelteilchen liegen. Kann man aus anderweitigen Beobachtungen den Wert von π finden, dann läßt sich die Struktur des die Nova im Raum umgebenden Nebels konstruieren. Das hat z. B. Kopff (a. a. O.) getan und daraus sehr wichtige Stützen für die Seeligersche Theorie gewonnen, indem er nachweisen konnte, daß die hellsten Stellen im äußeren Nebelring gerade da liegen, wo das von der Nova ausgehende Licht durch Lücken im inneren Ringe hat hindurchgehen können.

Vielfach aber ist man umgekehrt vorgegangen: man hat aus den Beobachtungen der Nebel und ihrer Bewegung die Parallaxe der Nova bestimmen wollen. Aus unseren Gleichungen geht hervor, daß das nur möglich ist, wenn man bestimmte Annahmen über die Struktur der Nebel macht. Wir werden auf das Problem der Parallaxe in einem späteren Abschnitte noch zu sprechen kommen.

Was nun noch die Lichtknoten anlangt, so ist ihre Lage auf den Platten gegeben durch die beiden Gleichungen:

$$y = \Phi(t); \quad z = \Psi(t) \qquad (6)$$

und daher die Lage im Raume als Schnitt dieser Geraden mit der Fläche (2), die sich für den Fall $v = c$ spezialisiert auf:

$$z = \frac{y^2 + z^2 - c^2\pi^2 t^2}{2c\pi t}. \qquad (7)$$

Betreffs der Parallaxe gilt hier das gleiche wie oben, d. h. sie bleibt auch hier unbestimmt.

Die einzigen praktischen Schlüsse, die aus

den Beobachtungen auf der Grundlage der Reflexionshypothese gezogen werden können, dürften in dem von Kopff gemachten Versuche der Konstruktion der Struktur der Nebelmaterie mit Hilfe der bekannten Parallaxe bestehen. Alles andere beruht auf mehr oder weniger willkürlichen Annahmen; so z. B. auch, wenn Kapteyn die „beobachteten Kurven" als exzentrische Kreise auffaßt, deren Radien proportional der Zeit wachsen und deren Mittelpunkte sich in bestimmter Richtung mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen. Man erhält dann:

$$\Phi(y, z, t) = y^2 + (z - a\,t)^2 - \gamma^2 t^2 = 0 \quad (8)$$

und (5) geht über in die Gleichung eines Kegels:

$$\left.\begin{aligned}&(\gamma^2 - a^2 - c^2\pi^2)^2(y^2 + z^2)\\ &+ 4\,(x\,z\,c\,\pi\,a(\gamma^2 - a^2 + c^2\pi^2) - a^2c^2\pi^2z^2\\ &- (\gamma^2 - a^2)\,c^2\pi^2x^2) = 0.\end{aligned}\right| \quad (9)$$

dessen Spitze in N liegt und dessen Achse mit der X-Achse den Winkel bildet:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\,a\,c\,\pi}{\gamma^2 - a^2 - c^2\pi^2}. \quad (10)$$

Der Winkel an der Spitze ist $2f$, wo:

$$\operatorname{tg} f = \frac{2\,\gamma\,c\,\pi}{\gamma^2 - a^2 - c^2\pi^2}.$$

Auch hier ist also die Gestalt des Kegels noch von der Parallaxe π abhängig und die Parallaxe selbst läßt sich erst dann bestimmen, wenn man Annahmen über f macht. Kapteyn nimmt den Nebel als Ebene, setzt also $f = 90^0$, was ganz und gar willkürlich ist.

An Einwänden gegen diese einfache Reflexionstheorie sind insbesondere die folgenden gemacht worden:

1. Das von der Nova ausgesandte Licht reiche nicht hin, um uns durch Reflexion die Nebel sichtbar zu machen.

All die Rechnungen, die zu diesem Resultate führen und über die Kopff eingehend berichtet, beruhen indessen auf ziemlich unsicheren Schätzungen. Die einzig exakte Berechnung hat Seeliger schon vor der Erscheinung der Nova im Anschlusse an seine Betrachtungen „Über kosmische Staubmassen und das Zodiakallicht"[1]) geliefert und diese hat ihn zu dem Resultate geführt, daß die Flächenhelligkeit eines Nebels, „welcher eine Parallaxe von 0″,01 besitzt und von einem Sterne von der Größe 10,4 beleuchtet wird, der sich in einem Abstande von 10″ befindet", unter Umständen vom Range 10^{-7} mal der mittleren Flächenhelligkeit des Vollmondes und damit genügend groß sein kann, um auf die photographische Platte einzuwirken. Für die Nova Persei ergeben sich daraus noch wahrnehmbare Flächenhelligkeiten der Nebel in Entfernungen bis zu 1100″. Solange also diesen Feststellungen keine ähnlich exakten und bei anderen Gelegenheiten bestätigten Untersuchungen entgegenstehen, ist der gemachte Einwand nichtig.

2. Das Licht des Nebels müßte wegen der Reflexion Polarisation aufweisen. Perrine[1]) konnte eine solche nicht feststellen.

Abgesehen davon, daß Perrine seine Messungen selbst nicht für sehr beweiskräftig hält, weist Seeliger[2]) darauf hin, daß auch bei zweifellos reflektiertem Sonnenlichte, wie beim Monde oder bei Wolken, die Polarisation außerordentlich wechselt und zuweilen überhaupt nicht vorhanden ist.

3. Die Beständigkeit gewisser Lichtknoten, die die Reflexionstheorie dadurch erklärt, daß die Nebel in Bändern von ziemlich gleichförmigem Querschnitte angeordnet seien.

Eine gewisse Homogenität in der Struktur der Nebelmaterie erscheint keineswegs so unwahrscheinlich, wie sie die Gegner der Reflexionstheorie hinzustellen suchen.

Überdies wurde bereits auf S. 358 die Feststellung von Kopff besonders hervorgehoben, nach der die Nebel der inneren Ellipse, um die es sich hier besonders handelt (siehe Fig. 5), „lebhaften Form- und Helligkeitsveränderungen" unterworfen gewesen seien. Die Formbeständigkeit ist also durchaus nicht so überzeugend groß.

4. Der einzige Fall, bei dem man vielleicht wirklich gezwungen ist, andere Vorstellungen zu Hilfe zu nehmen, als die der einfachen Reflexionstheorie, betrifft den Nebel m, der durch Monate hindurch in nahezu der gleichen Helligkeit leuchtete. Bell[3]) hat schon die große Helligkeit als solche als mit der Reflexionstheorie unverträglich erachtet, indessen hat Seeliger[4]) diesen Einwand widerlegt und gezeigt, daß aus den einfachsten Beleuchtungsgesetzen die besonders große Helligkeit des genannten Nebels gegenüber den äußeren Ringen folgt. Eine Feststellung Perrines[5]) scheint sogar auch bei diesem Nebel zugunsten der Reflexionstheorie zu sprechen. Perrine sind nämlich Aufnahmen von dem Spektrum dieses Nebels gelungen und es stellte sich heraus, daß dieses Spektrum identisch war mit dem-

1) Sitzungsber. d. K. B. Akad. d. Wiss. **31**, 275.

1) Astrophys. Journal **16**, 257.
2) Astrophys. Journal **16**, 193.
3) Astrophys. Journal **16**, 39.
4) Astrophys. Journal **16**, 195.
5) Astrophys. Journal **17**, 310.

jenigen der Nova in den ersten Tagen ihrer Sichtbarkeit; woraus hervorgehen würde, daß der Nebel in dem von der Nova bei der Katastrophe ausgesandten Lichte geleuchtet habe. Indessen erregt doch die lange Dauer des Leuchtens Bedenken und man wird vielleicht bei diesem Nebel wirklich an selbstleuchtende Materie denken müssen.

Nachdem die einfache Reflexionstheorie ausführlich behandelt wurde, dürfte sich ein näheres Eingehen auf die anderen Strahlungshypothesen erübrigen. Soweit sie an elektromagnetische Vorgänge denken, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten, — wie die Hypothesen von Bell[1]) und Nordmann[2]), nach denen die Leuchterscheinungen der Nebel mit den Nordlichtern vergleichbar sind — bringen sie kein wesentlich neues Moment in die Betrachtungsweise. Soweit sie aber andere Strahlenarten in Betracht ziehen, — man muß bedenken, daß die Erscheinung der Nova Persei in die erste Zeit nach der Entdeckung des Radiums fällt! — bedingen sie durch das Eingehen des Parameters $\frac{v}{c}$ in die Formeln eine Reihe von willkürlichen Annahmen, so daß diese Theorien im Grunde über das Gebiet vager Spekulationen nicht hinauskommen.

Wir wollen daher jetzt übergehen zu den

Hypothesen, welche eine reelle Ausbreitung von Materie annehmen.

Nach dem, was über die Parallaxe der Nova sowie über die scheinbare Bewegung der Nebel bekannt ist, kann die wirkliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Nebel nicht wesentlich kleiner sein als die Lichtgeschwindigkeit. Man kann aber nicht annehmen, daß glühende Gasmassen von der Nova mit derartig großen Geschwindigkeiten ausgeschleudert werden. Vielmehr spielen bei allen diesen Theorien die Repulsivkräfte eine Rolle, wie sie unter anderem auch zur Erklärung der Kometenschweife herangezogen werden. Wilsing[3]) z. B. „verlegt die Entstehung dieser Geschwindigkeiten bereits in größere Entfernung vom Stern an Stellen, in welchen die Materie infolge von Expansion nur noch eine sehr geringe Dichtigkeit besitzt". Wenn man mit μ die auf das Teilchen in der Entfernung 1 wirkende Repulsivkraft bezeichnet, so folgt aus:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{\mu}{r^2}$$

die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{2\mu}\sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{r}}$$

wo die Integrationskonstante a den Wert von r repräsentiert, für den $v = 0$ wird. Für $\mu = 10$ (1. Typus von Kometenschweifen nach Bredichin) und $a = {}^1/_{200}$ (= Sonnenhalbmesser) findet man daraus:

$$v_\infty = 63 \text{ Erdbahnhalbmesser in } \frac{1}{k} = 58^d$$

wenn k die Gaußsche Konstante ist. Für $\pi = 0''{,}03$ würde das einem Winkelwerte von $1''{,}9$ entsprechen. Nach den Feststellungen, die wir S. 358 gemacht haben, legen die Novanebel aber diesen Weg bereits in 1^d zurück — einzelne Stellen weisen sogar noch weit größere Geschwindigkeiten auf, bis zu $9''$ pro Tag —, so daß man zu wesentlich größeren Repulsivkräften gelangt, als sie selbst die größten für Kometen bekannten, ergeben. Indem Wilsing Repulsivkräfte elektrischer Natur annimmt, kommt er zu annehmbaren Resultaten. Er findet für die elektrische Dichtigkeit δ der Nova unter Voraussetzung einer Wasserstoffatmosphäre und unter den Annahmen:

$$\pi = 0''\cdot 1;\ v = 65'' \text{ in } 58^d;\ \delta = 0{,}4,$$

während die nach den gleichen Prinzipien berechnete Dichte einer geriebenen Siegellackstange 64 ist. Die von Wilsing angesetzte Geschwindigkeit ist zu klein. Aber selbst für Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit steigt die Dichte erst auf ${}^1/_{10}$ des Wertes der Siegellackstange, so daß elektrische Abstoßung immerhin geeignet erscheint, die beobachteten Geschwindigkeiten zu erklären. Indessen setzen die verschiedenen Nebelringe verschiedene Geschwindigkeiten voraus, weshalb z. B. Véry[1]) drei verschiedene Arten von Ionen annehmen will, aus denen die Ringe bestehen sollen: der innerste aus Helium, der äußerste aus Wasserstoff, der mittlere aus einem unbekannten Stoffe mit dem Atomgewichte 2. Man sieht, der Willkür ist hier großer Spielraum gelassen. Ein anderer Einwand ist der, daß die Bewegung der Nebel nicht radial erfolgt, daß sie vielmehr eine Komponente im Positionswinkel besitzt. Véry (a. a. O.) betrachtet, um die tangentiale Komponente zu erhalten, die Nova als Magneten und glaubt die Bahnen der Nebelteilchen mit den Kraftlinien identifizieren zu können. In der Tat gelingt es durch Weiterführung dieses Gedankens sowohl die lange Sichtbarkeit des Nebels m, als auch die Abnahme der Helligkeit der äußeren Nebel und das Auf-

1) Astrophys. Journal **16**, 40.
2) Annales de l'Observatoire de Nice. Tome **9**, 147.
3) Astr. Nachr. **157**, 349.

1) The American Journal of Science. 4. Series Vol. **16**, 54.

tauchen von Nebeln in größerer Entfernung zu erklären. Die Unregelmäßigkeit der Bewegung, die zuerst beschleunigt, dann verzögert war, ergibt sich aus der Zusammenwirkung von Schwerkraft und Repulsion. Indessen zeigt eine genauere Verfolgung der tatsächlichen Bewegungsverhältnisse, daß diese keineswegs den Ergebnissen der Theorie entsprechen. Auf ganz die gleichen Schwierigkeiten stößt die Anwendung des Lichtdrucks, wie sie von Arrhenius[1]) zur Erklärung der Novanebel herangeführt wurde.

Faßt man das Resultat aller Untersuchungen zusammen, so kommt man zu der Schlußfolgerung:

Die einfache Reflexionshypothese besitzt gegenüber allen anderen Hypothesen den Vorzug, daß sie unter den denkbar geringsten Voraussetzungen eine Erklärung für alle an den Novanebeln beobachteten Erscheinungen zu geben vermag. Nur im Falle des Nebels *m* bleibt es fraglich, ob sie vollkommen ausreicht oder ob nicht hier, in der nächsten Nähe der Nova, andere Ursachen für das Aufleuchten mit verantwortlich gemacht werden müssen.

Das Problem der Parallaxe der Nova Persei.

Der Versuche sind eine ganze Reihe, die aus den Bewegungen der Nebel die Entfernung der Nova Persei berechnen wollten. Sie könnten abgetan werden durch einen Hinweis auf unsere früheren Feststellungen, wonach aus den Formeln deutlich hervorgeht, daß eine Bestimmung der Parallaxe unmöglich ist, selbst unter einer bestimmten Annahme für die Geschwindigkeit v, solange man nicht noch weitere Annahmen über die Struktur der Nebelmaterie hinzufügt. Kapteyn z. B. setzt den Nebel als eine gegen die Gesichtslinie um 79° geneigte Ebene voraus, worauf wir früher schon hinwiesen. Zahlreich sind die Berechnungen, die die beobachtete scheinbare Geschwindigkeit mit der wahren Geschwindigkeit senkrecht zum Visionsradius identifizieren. Sie übersehen dabei die doch für alle Theorien gültige Tatsache, daß die zu gleicher Zeit beleuchteten Nebelteilchen jeweils auf einer Kegelschnittschale liegen, daß uns die Beobachtungen zu einer bestimmten Zeit t also immer nur eine Sehne (AC in Fig. 12) des Kegelschnitts ergeben — die Nebelmasse bezw. die ausgeschleuderten Massen als homogen angesehen und die Entfernung R als die Entfernung von der Nova, in der die Nebel für uns unsichtbar werden —, aber nicht den tatsächlich von der primären Strahlung in dieser Zeit zurückgelegten Weg (NB). Die scheinbare Geschwindigkeit ist größer als die wirkliche und die abgeleiteten

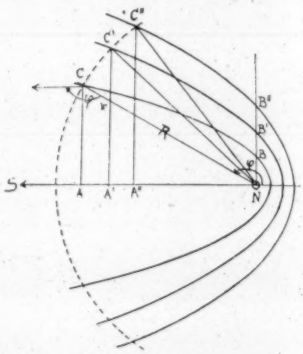


Fig. 12.

Parallaxen sind zu groß. Man erhält den richtigen Wert für π erst, wenn sich der Parameter p der Parabel dem Werte $2R$ nähert. Überdies ergibt die Anschauung aus der Figur, daß die Nebel von Anfang an eine scheinbar verzögerte Bewegung ausführen müßten, was durchaus nicht der Fall ist, so daß von einer regelmäßigen Verteilung der Nebelmaterie um die Nova nicht die Rede sein kann. Damit werden auch alle Ausführungen Luyties[1]) hinfällig, der wohl zuerst auf diese von ihm als „Distorsion" bezeichnete Erscheinung hingewiesen hat und gerade auf sie eine Methode zur Bestimmung der Parallaxe gründen wollte. Zudem geht Luyties noch von Annahmen aus, die Seeliger als vollkommen willkürlich zurückweist. Zunächst setzt er voraus, daß es stets möglich sei, den scheinbaren Abstand

$$\eta = \sqrt{y^2 + z^2}$$

der gerade noch sichtbaren Nebel (in der Entfernung R von N) auf der Platte zu bestimmen. Das ist eine reine praktische Frage: Es muß also dann einmal der Zeitpunkt eintreten, wo η nicht mehr wächst. Aus:

$$\eta^2 = R^2 - x^2 = R^2 - \left(\frac{c}{v}R - ct\right)^2 \qquad (11)$$

erhält man $\frac{d\eta}{dt}$. Dieses gleich o gesetzt gibt:

$$\left[R\left(1 - \frac{c^2}{v^2}\right) + \frac{c^2}{v^2}t\right]\frac{dR}{dt} + (R - vt)\frac{c^2}{v^2} = 0. \qquad (12)$$

Diese Gleichung enthält vor allem noch

1) Lehrbuch der kosmischen Physik II, 925.

1) Astrophys. Journal **19**, 129.

$\frac{d\eta}{dt}$. Luyties nimmt R als unabhängig von der Zeit an (in der Fig. 12 entsprechend gezeichnet). Dann ergibt sich aus (12) $R = vt$ und damit aus (11):

$$\eta = R = vt. \qquad (13)$$

Unter bestimmten Annahmen über v, speziell $v = c$, ist dann in der Tat π bestimmt, da η in Bogensekunden gemessen ist. Aber R darf nicht als unabhängig von der Zeit angesehen werden. Denn die verschiedenen η gehören zu verschiedenen Phasenwinkeln φ; die Minimalhelligkeit und damit R ist aber von φ abhängig.

Man sieht also: Ohne die weitestgehende Willkür gelangt man unmöglich zu einer Bestimmung der Parallaxe.

Die Stellung der Neuen Sterne im Milchstraßensystem.

Es ist schon frühzeitig aufgefallen, daß die neuen Sterne offenbar die Milchstraßengegenden bevorzugen. Man war daher versucht, den neuen Sternen eine besondere Rolle im Milchstraßensystem zuzuschreiben. Das hat Seeliger veranlaßt, die Sache näher zu untersuchen[1]), wobei sich herausstellte, daß sich die scheinbare Bevorzugung der Milchstraßengegenden ganz zwanglos aus der Konstitution des Milchstraßensystems ergibt. Diese Ausführungen hier in extenso wiederzugeben, dürfte zu weit führen. Nur soviel: Seeliger bestimmt die Wahrscheinlichkeit einer Kollision zwischen zwei Weltkörpern unter der vereinfachenden Annahme, daß es sich um Körper von gleicher Größe handle und daß in einem Raumelemente R n Weltkörper nach den Gesetzen des Zufalls verteilt seien. Er findet, daß diese Wahrscheinlichkeit mit hinreichender Annäherung proportional wird mit

$$\frac{(3-\lambda)^2}{3-2\lambda}(A_\infty)^2 h_n^{*|_2} \cdot J.$$

Darin ist λ ein Parameter, der von der galaktischen Breite abhängt und aus Seeligers Untersuchungen über die räumliche Verteilung der Fixsterne bekannt ist. A_∞ ist die Anzahl aller leuchtenden Weltkörper auf der Flächeneinheit, J der Inhalt des betreffenden Flächenstückes und h_n die Helligkeit der hellsten Sterne an der Grenze des Systems. Für zwei verschiedene Annahmen über h_n — auch wieder aus den anderen Untersuchungen entnommen — ergeben sich die folgenden relativen Wahrscheinlichkeiten einer Kollision für die einzelnen Seeligerschen Zonen (β = galaktische Breite):

Zone	β	w_1	w_2
I u. IX	80°	1,6	1,4
II „ VIII	60	6,8	6,2
III „ VII	40	22,6	16,8
IV „ VI	20	109,2	90,0
V (Milchstr.)	5	421,7	200,0
	Summa	561,9	374,4

Berechnet man mit diesen Zahlen die mittlere galaktische Breite, welche für die neuen Sterne zu erwarten ist, indem man die Produktsumme $\Sigma \beta w$ durch die Summe der w dividiert, so erhält man

$$\beta_{m_1} = 10°,2; \quad \beta_{m_2} = 11°,4.$$

Zum Vergleich mit den tatsächlichen Verhältnissen standen Seeliger damals nur 15 Sterne zur Verfügung, die indessen die theoretischen Erwägungen schon vollkommen bestätigten. Denn die mittlere galaktische Breite ergab sich für sie zu 10°,2, und wenn 2 zweifelhafte Sterne ausgeschlossen wurden, zu 10°,0. Da inzwischen die Anzahl der neuen Sterne sich wesentlich vermehrt hat, habe ich für die 34 Sterne der Tabelle I die galaktischen Breiten berechnet. Für den Pol der Milchstraße wurde nach Kobold angenommen:

$$A_{1900} = 12^h\,45^m,7; \quad D_{1900} = +27°55'.$$

Der absolute Mittelwert sämtlicher β ist 10°,0, und wenn man die Sterne 9 und 14 ausschließt, da deren Natur als neue Sterne von verschiedenen Seiten angezweifelt wurde, 9°,1.

Die theoretischen Untersuchungen setzen ja nun allerdings die Verteilung der leuchtenden Weltkörper voraus, während es sich bei den neuen Sternen um Kollisionen nichtleuchtender Materie handelt. Aber man darf wohl annehmen, daß sich auch die nichtleuchtende Materie im großen und ganzen dem allgemeinen Verteilungsgesetze unterordnet. Ja, man kann vielleicht sogar umgekehrt diesen Schluß aus der nahen Übereinstimmung von Beobachtung und Rechnung ziehen.

Damit scheint mir auch noch einiges Licht auf eine oft ausgesprochene Vermutung zu fallen, die wir eingangs erwähnten: man glaubte aus der Ähnlichkeit des Novaspektrums, vor allem in seinem späteren Zustande, mit dem Spektrum der Wolf-Rayet-Sterne den Schluß ziehen zu dürfen, daß die Wolf-Rayet-Sterne den Endzustand der neuen Sterne darstellen. Die scheinbare Verteilung am Himmel spricht nicht zugunsten dieser Annahme. Denn für 55 Wolf-Rayet-Sterne, welche Scheiner[1]) anführt, erhält man als mittlere galaktische Breite nur 2°,6. Diese Sterne sind also ganz aus-

1) Astr. Nachr. 150, 377.

1) Populäre Astrophysik, S. 596.

gesprochene Milchstraßensterne, was auch schon darin zum Ausdruck kommt, daß die größten vorkommenden Werte von $\beta - 8°$ und $+ 18°$ sind.

München, Königl. Sternwarte. 1. August 1918.

Nachschrift bei der Korrektur (Mai 1919):

Über den Neuen Stern im Adler ist seit der Niederschrift des vorstehenden Aufsatzes an verschiedenen Stellen berichtet worden. Die ausgiebigen Beobachtungsreihen ermangeln indessen noch einer eingehenden Diskussion. Das Wichtigste aus den ersten Monaten der Sichtbarkeit des Sternes findet der Leser in einem Aufsatze des Hrn. Guthnick („Die Naturwissenschaften" **6**, 593 ff.), zu dem ich mir noch eine kurze Bemerkung gestatten möchte. Es könnte merkwürdig erscheinen, daß ich die Zöllnersche Hypothese mit den übrigen alten Hypothesen in einen Topf werfe, während Herr G. sie der Seeligerschen Hypothese gegenüberstellt und s. E. „einige Umstände mehr zugunsten der Zöllnerschen sprechen". Daß ich den Namen Zöllner gar nicht erwähnte, mag als Versehen zugegeben werden. Indessen scheint mir in der Bemerkung G.s eine Verkennung des Schwergewichts der S.schen Hypothese zu liegen. Die Zöllnersche Vorstellung von der Eruption glühender Massen aus dem Innern des Sternes hat — man vergleiche darüber die obenstehenden Ausführungen! — sehr wohl Platz im Rahmen der S.schen Hypothese. S. geht aber doch noch einen Schritt weiter zurück als Z., indem er die Ursachen dieser Eruptionen zu erklären sucht und als solche den Eintritt des erkalteten Sternes in die kosmische Wolke annimmt. Beide Theorien können also nicht einander gegenübergestellt werden, sondern gehören einem gemeinsamen Vorstellungskomplex an.

(Eingegangen 15. August 1918.)

BESPRECHUNGEN.

A. Fraenkel, Einleitung in die Mengenlehre. Eine gemeinverständliche Einführung in das Reich der unendlichen Größen. 8°. VI u. 156 S. m. 10 Abbildungen. 1. Auflage. Berlin, Julius Springer. 1919. M. 10.—

Es ist ein Vorzug der Mengenlehre, daß sie sich ohne Benutzung höherer mathematischer Hilfsmittel entwickeln läßt, und daß es hier gelingt, aus ganz einfachen Betrachtungen weittragende Folgerungen zu ziehen. Dieser Charakter der Mengenlehre kommt bei dem vorliegenden Buch in erfreulicher Weise zur Geltung. In leicht faßlicher und anregender Form werden darin die wichtigsten Begriffe und Lehrsätze der Mengentheorie auseinandergesetzt.

Zur Erleichterung für diejenigen Leser, denen es nur auf einen allgemeinen Überblick ankommt, sind die Stellen, wo die Ausführung mehr ins einzelne geht, durch kleineren Druck kenntlich gemacht.

Dem Zweck der Gemeinverständlichkeit entsprechend müssen natürlich die Beweise vom Standpunkt der naiven Mengenbetrachtung geführt werden, so wie sie ursprünglich von Cantor erfunden sind. Es werden aber auch die neueren grundsätzlichen Untersuchungen, betreffend die Paradoxien und ihre Vermeidung durch Zermelos axiomatische Begründung der Mengenlehre, im letzten Abschnitte des Buches behandelt. Insbesondere wird auch das Auswahlaxiom des näheren erörtert, von welchem Fraenkel mit Recht bemerkt, daß kein ernstlicher Grund besteht, es als weniger einleuchtend zu betrachten als alle andern Axiome der Mathematik.

Auch von der Theorie der linearen Punktmengen werden die Hauptgedanken zur Darstellung gebracht.

Wenngleich die Cantorsche Mengenlehre mit den Problemen der Physik wohl kaum Berührungspunkte hat, so ist doch für jeden Forscher im Gebiete der theoretischen Wissenschaft eine gewisse Bekanntheit mit jener Gedankenwelt insofern von Interesse, als hier die Eigenart mathematischer Begriffsbildungen und Überlegungen in besonders prägnanter Form in Erscheinung tritt. Wer unter diesem Gesichtspunkt die Mengenlehre kennen zu lernen wünscht, dem kann die Lektüre des Fraenkelschen Buches als eine angenehme geistige Unterhaltung empfohlen werden.

P. Bernays.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Arnold Kohlschütter für Astronomie.

Ernannt: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Karl Bunte zum etatsmäßigen a. o. Professor für Gastechnik und Brennstoffverwertung ebenda, der Direktor Dipl.-Ing. Viktor Engelhardt zum a. o. Honorarprofessor für elektrochemische Einrichtungen und Verfahren an der Technischen Hochschule Berlin, der Professor an der Queens Universität in Dublin Dr. Benjamin Moore zum Professor für Biochemie an der Universität Oxford, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Paul Askenasy zum ord. Professor für chemische Technologie ebenda, die a. o. Professoren an der Universität Göttingen Dr. Robert Pohl (Physik), Dr. Walter Borsche (Chemie) und Dr. Karl Feist (pharmazeutische Chemie) zu ord. Professoren an derselben Hochschule, der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Max Volmer zum a. o. Professor für physikalische Chemie an der Universität Hamburg, der ord. Professor an der Universität Bonn Dr. Hans Hahn zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Wien, der Professor für physikalische Chemie an der Syracuse Universität Dr. Louis J. Gillespie zum Professor für physikochemische Untersuchungen am Massachusetts Institut für Technologie.

In den Ruhestand: Der a. o. Professor für anorganische und organische pharmazeutische, sowie für gerichtliche Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Emil Gustav Karl Dieckhoff.

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. P. Debye in Zürich. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Fig. 4.

Spektren der Nova Geminorum No. 2, 1912.

vergrößert und verbreitert nach Aufnahmen mit dem großen Refraktor und Spektrograph I des Kgl. Astrophysik. Observatoriums Potsdam.

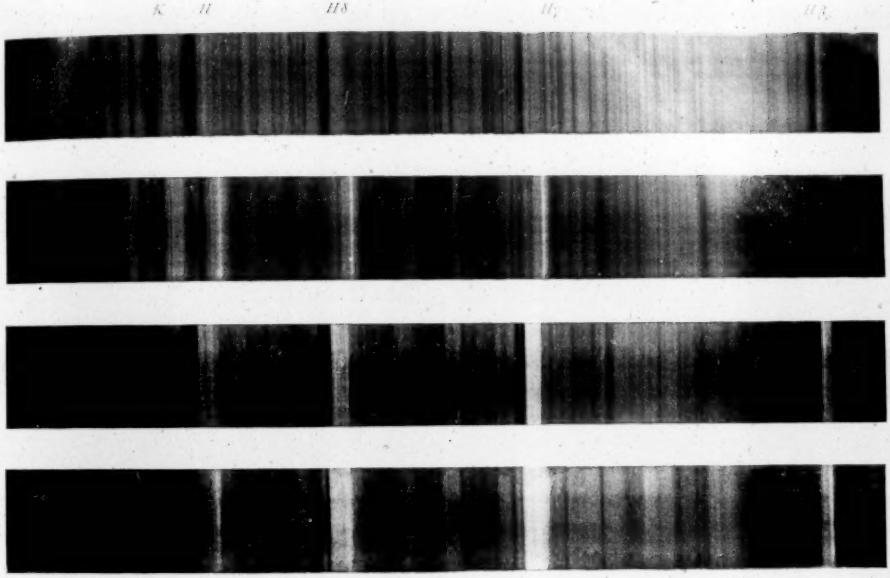
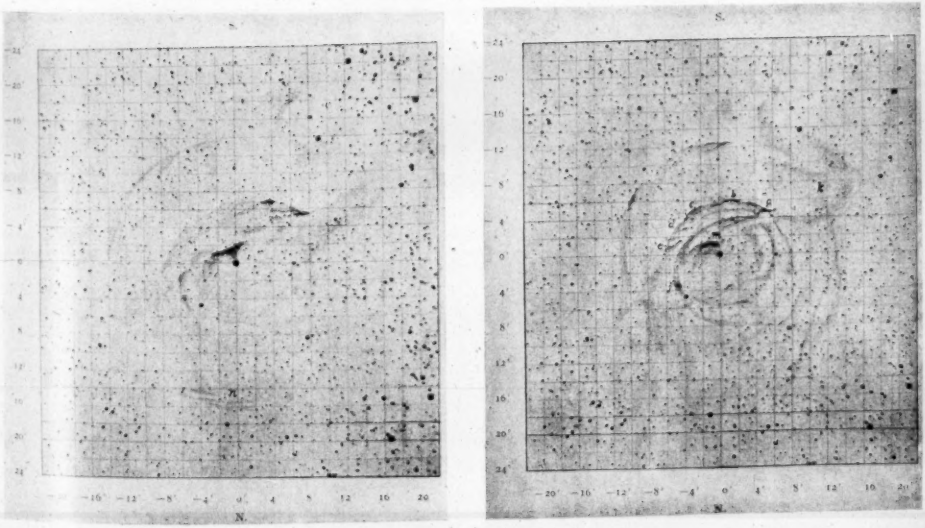


Fig. 5.



Nebel um Nova Persei nach Aufnahme von Ritchey (Yerkes-Observ.).

1901 Sept. 20 (Expos. $3^h\,50^m$). 1902 Jan. 7. u. 9. (Exp. $4^h\,30^m$).

Inhaltsverzeichnis:

(Z. B. = Zusammenfassende Bearbeitungen.)

Seite

Erdbebenwellen: Kurze Zusammenstellung von Laufzeitdifferenzen der reflektierten Vorläufer der Erdbebenwellen, v. O. Meißner 443
Farbenlehre: Beiträge zur — II. Die Helligkeit der Pigmentfarben, v. F. W. F. Kohlrausch . . . 423
Geschwindigkeiten: Über eine Methode, — auf akustischem Wege zu messen, v. W. Kunze 437
Gitter: Neuere Arbeiten über Beugung an Zylindern und —, v. H. Spohn. (Z. B.) 444
Hahnemann, W., u. **H. Hecht**, Schallgeber und Schallempfänger. IV. 426
Hecht, H., u. **W. Hahnemann**, Schallgeber und Schallempfänger. IV. 426
Kohlrausch, F. W. F., Beiträge zur Farbenlehre. II. Die Helligkeit der Pigmentfarben 423
Kontakte: Elektrische —, v. H. Rohmann 417
Kunze, W., Über eine Methode, Geschwindigkeiten auf akustischem Wege zu messen 437
Luftverflüssigung und Zustandsgleichung, v. K. Schreber 430

Seite

Mach und die „Realität der Außenwelt", v. G. Rabel 433
Meißner, O., Kurze Zusammenstellung von Laufzeitdifferenzen der reflektierten Vorläufer der Erdbebenwellen 443
Pigmentfarben: Beiträge zur Farbenlehre. II. Die Helligkeit der —, v. F. W. F. Kohlrausch . . 423
Rabel, G., Mach und die „Realität der Außenwelt" 433
Rohmann, H., Elektrische Kontakte 417
Schallgeber und Schallempfänger. IV., v. W. Hahnemann u. H. Hecht 426
Schallempfänger und Schallgeber. IV., v. W. Hahnemann u. H. Hecht 426
Schreber, K., Luftverflüssigung und Zustandsgleichung 430
Spohn, H., Neuere Arbeiten über Beugung an Zylindern und Gittern. (Z. B.) 444
Zustandsgleichung und Luftverflüssigung, v. K. Schreber 430
Zylinder: Neuere Arbeiten über Beugung an — und Gittern, v. H. Spohn. (Z. B.) 444

Richard Müller-Uri, Braunschweig, Schleinitzstr. 19

Physikalische, chemische und meteorologische Unterrichts-Apparate und -Utensilien. — Glastechnische Präzisionsarbeiten.

Neuheiten: **Coulombmeter** nach Stephan D.R.G.M. — Righis **Röhren für magnetische Strahlen** mit Vakuum-Regulierung D.R.G.M. — **Quecksilber-Schnellpumpe.** — **Präzisions-Vakuometer** D.R.G.M. — **Pizzarello-Apparat.** — **Apparate für flüssige Luft.** — **Verflüssigte Gase in Röhren.** — **Projektions- und Extrem-Thermometer.** — **Elektroskope** und **Trockensäulen.** — **Vakuumröhren** nach Braun, Crookes Geißler, Puluj, Lecher, Röntgen, Wehnelt. — **Leuchtschirme.** — **Normal-Geißlerröhren-Serie** „Kompendium". — **Original-Vakuumskalen** nach Croß.

Über die Auffindung der Röntgenstrahl-Interferenzen

Nobel-Vortrag

gehalten am 3. Juni 1920 in Stockholm von

M. v. Laue

Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin.

16 Seiten in Umschlag geheftet Mk. 2.50.

Druck und Verlag:

C. F. Müllersche Hofbuchhandlung m. b. H.

Karlsruhe (Baden) Ritterstraße 1.

Neuste Konstruktion!

Kugelepiskop. D.R.P. 250314.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

Preislisten kostenlos.